أصول المنطق الرياضي

(لوجستيقا - LOGISTIC)

الدكتور محمد ثابت الفندي
الأستاذ بجامعة الأسكندرية

١٩٩١

دار المعرفة الجامعية
٤٠ ش سوتير - اسكندرية
ت: ٤٨٣٠١٦٣

أصول المنطق الرياضي

أصول المنطق الرياضي

(لوجستيقا - LOGISTIC)

الدكتور محمد ثابت الفندي
الأستاذ بجامعة الإسكندرية

١٩٩١

دار المعرفة الجامعية
٤٠ ش سوتير - إسكندرية
ت : ٤٨٣٠١٦٣

الإهداء

الى خير رفيق في الحياة

الى زوجتي .

مقدمة

بسم الله الرحمن الرحيم

وبه نستعين

والصلاة والسلام على سيد المرسلين .

هذا فيما أعلم أول مؤلف بالعربية في علم «المنطق الرياضي» المعاصر ، المسمى أيضاً «لوجستيقا» ، وهو العلم الذي بلغ أشده ونضجه في كتابات برتراند راسل وهوايتهد في الفترة الواقعة بين مطلع هذا القرن وبداية الحرب العالمية الأولى ، ثم أصبح من بعدهما حركة عالمية واسعة ، أسهم فيها الفلاسفة والرياضيون الذين اجتذبتهم مسائل المنطق وفلسفة العلوم وأسس الرياضة ونقائض نظرية الأعداد اللامنتهية . ولا يخلو الآن تأليف أو مجلة متخصصة أو مؤتمر دولي في أحد هذه الموضوعات من أبحاث في المنطق الرياضي .

ولقد أصبح هذا العلم الجديد من تقاليد الدراسات الجامعية في الغرب في الخمسين سنة الأخيرة ؛ كما أدخله المؤلف لأول مرة منذ ربع قرن في جامعة الاسكندرية. ومتابعة لهذه التقاليد الجامعية أقدم اليوم الى طلاب الدراسات الفلسفية في جامعة بيروت العربية هذا المؤلف الذي تتصدر عنوانه كلمة «أصول» إشارة الى أن

الأمر هنا لا يقتصر على استعراض مسائل هذا العلم في صورتها الرياضية المعاصرة وحسب ، تلك الصورة التي قد يجد المبتدىء نفسه بأزائها غريباً عنها بعض الشيء فلا يأنس لها ، وإنما المقصود أننا نرجع بمناسبة كل مسألة منهــــا الى « أصولها» وجذورها العميقة في الفكر الفلسفي كلما سنحت الفرصة . فنكشف بذلك القناع عن الدواعي الفلسفية المحضة ، قبل البواعث الرياضية بالذات ، لنشأة هذا العلم الذي هو ثمرة التضافر الواضح بين الفلاسفة والرياضيين . فيجد بذلك القارىء الفيلسوف نفسه في بيئته المألوفة وكأنه لم يغترب عنها في عالم الرياضة .

ولقد خصصت الفصول الأولى لصلات هذا العلم بعلوم مجاورة مختلفة بقصد فحص ما سميته «الخصائص الخارجية» لهذا العلم . تلك الخصائص التي لا تميز بنيانه الداخلي بقدر ما تميزه فقط من خارجه عن سلفه المنطق التقليدي عند الفلاسفة ، ذلك لأن المنطق الرياضي يدعي لنفسه خصائص مثل · استقلاله تماماً عن «الفكر» أو بصفة أعم عن كل نزعة سيكولوجية في المنطق، وكاستقلاله عن الميتافيزيقا وهي التي يستمد كل منطق جذوره منها ، وكاستيعابه للرياضة البحتة كلها بحيث تصبح هذه مجرد امتداد لقوانين المنطق . ولقد سبرنا غور هذه الأدعاءات المختلفة وبينا موقفنا من كل واحد منها .

أما الفصول الأخيرة فقد عالجنا في مرحلة أولى منها «الخصائص الباطنية» الثلاث لبناء هذا المنطق من داخله باعتباره نظرية حسابية جديدة . فشرحنا العمليات المنطقية المختلفة ، وتكلمنا عن النوعية الجبرية لهذه النظرية التي تفرق بينها وبين أنواع الجبر الأخرى ؛ كما تكلمنا عن تكوين بنائها الداخلي في صورة نسق استنباطي يسمح ببرهان كل القوانين المنطقية برهانا استنباطيا ابتداء من حدود وقضايا ابتدائية .

ثم في مرحلة ثانية شرحنا هذه النظرية في صورتها الكلاسيكية عند راسل أولا باللغة المعتادة، ثم ثانيا بالرموز المنطقية عنده، ثم استعرضناها مرة أخيرة في ضوء طريقة سهلة «للبرهان» هي«طريقة الجداول»، وختمنا ذلك كله بالأشارة الى

تعميم طريقة الجداول ونشأة أنواع منطقية كثيرة غير منطق أرسطو وراسل

ولقد كان هذا العرض كله في نطاق نوع واحد من أنواع الحساب المنطقي وهو الحساب الأساسي المسمى حساب القضايا الابتدائية .

والله أسأل أن يفيد من هذا الكتاب قراء الفكر المعاصر ، وأن يتقبل مني الحمد كله والثناء على ما أولانيه من نعمة التوفيق في انجازه .

محمد ثابت الفندي

الفصل الأول

تمهيد في أهمية المنطق في الفلسفة
وفي انقسام المنطق

(١) أهمية المنطق في الفلسفة .
(٢) انقسام المنطق الى صوري ومادي .

١

موضوع هذه الدراسة المنطق الصوري وحده وكيف أصبح الآن ضرباً من ضروب الرياضيات العديدة إن لم يكن هو بالفعل اليوم في نظر بعض الدارسين رأس النظريات الرياضية وأعمها وأبسطها حتى لتمتد بجذوره وقوانينه الى سائر النظريات الرياضية الأخرى .

ولقد كان المنطق منذ ظهوره فوق المسرح الفكري في اليونان عند أرسطو المدخل الضروري لتعلم كل أقسام « الحكمة النظرية والعملية »، أعني لتعلم العلوم المختلفة التي كانت تشملها قديماً كلمة الفلسفة ، وسمي المنطق باعتباره مدخلاً للحكمة باسم « الآلة » Organon أو « الصناعة » Art التي يستند اليها الناظر في تلك الموضوعات لأتقان النظر والاستدلال فيها .

ولا تزال دراسة المنطق الى اليوم من تقاليد الدراسات الفلسفية ودعاماتها الأساسية ولكن لأسباب غير أسباب الفكر القديم . فلقد استقلت العلوم عن أمها الفلسفة ولم يعد المنطق مقصوداً لغيره من العلوم بقدر ما هو مقصود لذاته في الفلسفة لمعرفة الحقيقة بشأن النظر والاستدلال وقوانينه ، بل كادت تصبح اليوم الدراسات المنطقية وحدها ، في صورتها الرياضية الجديدة ، هي الفلسفة برمتها في بعض الدائر الفلسفية المعاصرة التي يتراءى لها إمكان قيام فلسفة علمية بحتة .

هذا ولم تعد اليوم دراسة المنطق في صورته الرياضية الجديدة قاصرة على الدوائر الفلسفية وحدها ، بل أصبحت كذلك من تقاليد بعض الدوائر الرياضية المعاصرة ، وسواء أسميت تلك الدراسة عندها باسم المنطق صراحة ، أم بأسماء أخرى تخفي استعماله الضمني [1] ، فأن المنطق أصبح عندها المقدمة الضرورية للرياضة المعاصرة .

ومن ثم يبدو أن المنطق المعاصر هو موضع الأهتمام في ميدانين كبيرين هما الفلسفة والرياضة . وهذا لما يجعل متابعة تطور المنطق المعاصر أمراً عسيراً بعض الشيء ويكلف الباحث الجاد عناء الاحاطة بالاتجاهات المتشعبة في مجالين متباعدين مما تغص به الكتب والمجلات المتخصصة .

ومع ذلك ينبغي القول صراحة بأن هذه الدراسات المنطقية المعاصرة ليست عسيرة في ذاتها وفي جوهرها بالنسبة لطلاب الفلسفة بقدر ما هي فقط جديدة بالنسبة الى أسلوبهم الكلاسيكي في التفكير ، أنها توقظهم من سباتهم الكلاسيكي العتيق ، وتبسط أمام بصرهم مجالات جديدة ، وتثير فضولهم وتطلعاتهم الفلسفية والعلمية .

وفي تجربتي ليس الأقبال على دراسة المنطق المعاصر متساوياً بين طلاب الفلسفة ، فبعضهم في الحقيقة يشغف به أشد الشغف ويقبل عليه بكله لأسباب علمية وفلسفية معاً .

فأما الأسباب العلمية فمنها التطلع الى ما هو جديد وعلمي بل ورياضي بالذات في مجال كمجال المنطق الذي كان أبعد الأشياء عن الدقة الرياضية

---

(١) كأسماء ما بعد المنطق Metalogic ، أو ما بعد الرياضة Metamathematics ، أو الاكسيوماتيك Axiomatic أو علم التراكيب اللغوية Syntax of Language أو علم علاقة الرموز بما ترمز اليه Semantics أو حتى نظرية المجاميع Theory of Sets التي هي نظرية رياضية ذات طابع منطقي ، أو نظرية البرهان Theory of Proof الخ ...

– مع شدة حاجته اليها – نظراً لالتصاقه الطويل العريق باللغة وألفاظها حتى لكأنه علم من علوم اللغة ، وفي الواقع رأى ديكارت Descartes لهذا السبب نفسه ان المنطق أشبه بالبلاغة ، ومن ثم فقد بحث عن منهج جديد للكشف عن الحقيقة غير المنطق ، مع أنه من المفروض أن يكون المنطق بالذات أدق العلوم وأضبطها .

وأما الأسباب الفلسفية فمنها التطلع الى مضامين فلسفية جديدة لأنواع الحساب المنطقي الكثيرة من حيث أن هذه الأنواع ربما كان لها أثرها في فكرة « الحقيقة » Truth وفي تكييف وتقويم جديدين لها في الفكر الفلسفي. وهذا ما تؤكده بعض الأوساط الفلسفية المتنصرة للمنطق الرياضي الحديث والتي تجعل منه أساساً للفلسفة من وجهة نظرها أو حتى تجعل منه الفلسفة بحذافيرها إبتداء من مدرسة منشىء المنطق الرياضي برتراند راسل B. Russell وتلاميذه في انجلترا (من أمثال فتجنشتين Wittgenstein) الى المدرسة المعروفة الآن بالتجريبية الجذرية Radical Empiricism في أمريكا (عند أمثال كارناب Carnap وريشنباخ Reichenbach ومروراً بفلاسفة دائرة فينا Vienna Cercle (من أمثال شليك Shlick وهانز هان Hans Han وكذلك عند فلاسفة متفرقين (من أمثال تشيوستك Chiwstek في بولنده ولورنتز Lorentz في ألمانيا وغيرهم). هؤلاء وآخرون معهم لا يرون فارقاً جوهرياً بين منطقهم الرياضي الجديد وموضوع الفلسفة من وجهة نظرهم ، فهم على أساسه يفلسفون وفي ضوئه ينادون بفلسفة علمية وفهم علمي للحقيقة .

وعلى عكس هؤلاء – كما دلتني تجربتي – يرى طلاب آخرون في المنطق الرياضي شيئاً بعيداً عن ذلك الأنطلاق الفكري المألوف في الفلسفات ، فلا يشغفون به كفلاسفة ولا يقبلون عليه . وليس الأمر قاصراً على تجربتي وحدها فإن المنطقي البولوني المعاصر تشيوستك Chiwstek يروي في كتابه القيم عن المنطق وعنوانه « حدود العلم » (١) كيف أن رفاقه ، وأظنهم فلاسفة مثله ، قد

(١) Leon Chiwstek في The Limits of Science ص ٥٠ .

نصحوه في بدء حياته الفكرية بالأنصراف عن المنطق . فهؤلاء لم يشغفوا بالمنطق شأنهم شأن طلاب هنا وهناك . وفيما يختص بمن صادفت من هؤلاء الطلاب الذين لا يشغفون بالمنطق الرياضي شعرت دائماً بأنهم يعذرون حقاً ، لأن الدروس المقتضبة في هذا العلم والكتب الطلابية جردت العلم عن واقع العلوم والفلسفات ، وحتى عن واقع تفكير رجل الشارع ، فباعدت بذلك بينه وبين الأقبال عليه والأهتمام به .

لذلك علمتني تجربتي علاجاً لمثل هذا الموقف من المنطق ، وخاصة الرياضي ، أن أختط فيه خطة أو طريقة أكثر مرونة واتصالاً بالمتفلسفين وغيرهم على حد سواء ، وذلك بتقديمه كموضوع « حيوي » و « متطور » و « فلسفي » بالدرجة الأولى في آن واحد .

وأقصد «بالحيوي» بيان أهتمام علوم مختلفة كاللغة والأجتماع وعلم النفس والرياضة والميتافيزيقا (الفلسفة) بمسائل المنطق مع إماطة اللثام عن جوانب مختلفة منه ، ومثل هذا الأهتمام والإسهام المنبعث من كل صوب يثير الألتفات ولا ريب ، ويشهد بحيوية المسائل المنطقية .

ومن مظاهر الحيوية في المنطق المعاصر التي يجب أن يلمسها الطالب أيضاً اتساع نطاق الأبحاث فيه وتشعب اتجاهاته وتجدد طرقه وموضوعاته على نحو لم يسبق له مثيل في تاريخ هذا العلم حتى أصبحت له مجلاته المتخصصة [١] فضلاً عن إفساح مكان للأبحاث فيه في مجلات علمية كثيرة [٢]

ومن مظاهر حيويته أيضاً تطبيقاته المختلفة ، وهنا أترك الكلام للمنطقي

---

(١) مجلة Journal of Symbolic Logic تصدر في أمريكا ، ومجلة The Journal of Formal Logic تصدر في نوتردام بهولنده ومجلة Synthese التي تصدر في هولنده .

(٢) خاصة المجلات الكثيرة المتخصصة في فلسفة العلوم ، وفي علوم الرياضة .

الهولندي بوشنسكي Bochenski الذي يقول في كتابه «موجز المنطق الرياضي»[1] « أن المنطق [الرياضي] لم يطبق بنجاح فقط في الرياضيات وأسسها (عند فريجه وراسل وهلبرت وبرنيس وشولز وكارناب ولزنيفسكي وسكولم) ولكنه طبق أيضاً في الطبيعيات (كارناب وديتريش وراسل وشانون وهو يتهد وريشنباخ وففريبه) وفي البيولوجيا (وودجر وتارسكي) وفي علم النفس (فيتش وهمبل) وفي القانون والأخلاق (منجر وكلوج وأوبنهيم) وفي علم الأقتصاد (نيومان ومورجنسترن) وفي مسائل ذات طابع عملي (باركلي وستام) وحتى في الميتافيزيقا (سالاموشا وستولز وبوشنشكي)».

كذلك من المعروف أن العقول الالكترونية التي من وظائفها الترجمة من لغة الى أخرى تستعمل ثوابت المنطق[2] Logical Constants لأداء ترجمة الروابط المنطقية الثابتة بين الكلمات والعبارات التي تختلف بأختلاف اللغات .

كل تلك المظاهر التي تشهد بحيوية المنطق المعاصر تؤكد ضرورة الأهتمام بما يجري في داخل هذا العلم ومن حوله ، وتدعو الى عدم الغفلة عنه ، ونحن ستتصبدى هنا لبعضها كصلاته بعلم النفس والميتافيزيقا والرياضة ولكن من زاوية محددة للغاية تتفق وأهداف هذا البحث ، أعني من زاوية أدعاء المنطق الرياضي المعاصر لخصائص مميزة له عن المنطق التقليدي عند الفلاسفة ، ويجب التأكد منها قبل المضي قدماً الى أستعراض بنائه الداخلي كحساب رياضي بحت ، وتلك الخصائص المميزة تجملها كلمة واحدة هي أستقلاله عن تلك العلوم .

وكما قلت يجب أن يُقدّم المنطق كذلك «متطوراً» وأقصد بذلك دراسته في ضوء تطور نقله من مرحلة يمكن وصفها بأنها «لغوية» من حيث أرتباط تعاليم المنطق المختلفة وخاصة القياس ، بالألفاظ ومعانيها القاموسية ، الى مرحلة

---

(١) J.M. Bochenski في كتابه Precis of Mathematical Logic الترجمة الانجليزية ص ١ – ٢ ،

(٢) أنظر فيما بعد الفقرة (١٧) .

رياضية حل فيها الحساب Calculus الآلي محل القياس . وفي الحقيقة ظل المنطق طويلاً مرتبطاً باللغة ، والرواقيون الذين أطلقوا كلمة « المنطق» Logoi لأول مرة في التاريخ دلوا بها على دراسة الكلام والفكر معاً . وقسموه الى جدل وبلاغة ، وضمنوه كذلك تعاليم أرسطو في القياس .

غير أن ذلك التطور من مرحلة اللغة الى مرحلة الرياضة خلال أكثر من عشرين قرنـاً كان بطيئاً وعلى غير هدى حتى مر غير ملحوظ ـ ولكن لدهشتنا الشديدة مع ذلك ـ من فيلسوف مدقق محقق له وزنه الكبير في كل المسائل هو عمانويل كـانط Kant .

لقد كتب كانط في أوائل مقدمته المشهورة للطبعة الثانية لكتابه « نقد العقل الخالص » ينكر تطور المنطق خلال التاريخ كما يزعم أنه ولد كاملاً ولكماله هذا هو علم أغلق على نفسه الأبواب فلا يقبل التطور . فهو يقول :

« أما أن المنطق قد دخل منذ أقدم عصوره الطريق اليقينية للعلم فتلك واقعة نشهد بها أنه منذ زمن أرسطو لم يكن في حاجة إلى أن يتراجع خطوة الى الوراء [أي أنه ولد كاملاً] اللهم إلا إذا اعتبرنا كتحسينات فيه إزالة بعض تعقيدات لا طائل وراءها ، أو عرضاً أوضح لبعض تعاليمه المشهورة ، وتلك أمور أقرب الى التنميق فيه منها الى يقينه العلمي. ثم أنه من المعروف أيضاً أن هذا المنطق لم يستطع أن يتقدم الى اليوم خطوة واحدة الى الأمام ، وبذلك يبدو أنـه علـم مغلق مكتمل . وإذا ظن بعض المحدثين أنهم وسعوا في نطـاقه بإدخـال فصول سيكولوجية عن قوي المعرفة المختلفة (الخيـال والذكاء الخ ...) أو بإدخال فصول ميتافيزيقية عن أصل المعرفـة أو عـن أنواع اليقين المختلفة باختلاف الموضوعـات (المذهب المثـالي ، مذهب الشك الخ..) أو بإدخال فصول أنثروبولوجية (عن الأحكام المنحازة ، أسبابها وعلاجها) فما ذلك إلا لجهل منهم بطبيعة العلم المنطقي الخاصة . ونحن لا نوسع العلوم وإنما نشوهها لو جعلناها تتعدى حدود بعضها البعض . إن مجال المنطق محدد

للغاية ، فغرضه الوحيد استعراض وبرهان القواعد الصورية لكل تفكير سواء أكان التفكير قبلياً أو مكتسباً من التجربة ، ومهما كان أصلة وموضوعه ، وأياً كانت العقبات التي يصادفها في عقولنا .

وإذا كان المنطق بالغاً هذا الحد من التوفيق فتلك ميزة يدين بها الى تحدده الذي يسمح له ، بل ويضطره الى التجرد عن كل موضوعات المعرفة ، والفروق بينها ، فلا يبقى أمام العقل إلا أن يتناول ذاته وصورته ». تلك هي عبارات كانط .

إن مضمون كلامنا هنا وفي فصول قادمة أيضاً [1] ربما لا يفهم حق الفهم لو أننا كنا قد أغفلنا ملاحظات كانط السابقة . فان هذه الملاحظات بقدر ما هي كاذبة تماماً فيما يختص بتاريخ المنطق واحتمالات تطوره المثمر ، إلا أنهاتبقى منسجمة ومتفقة تماما مع موقف اللوجستيقيين فيما يختص بتحديد موضوع المنطق ، وباستقلا له عن علوم أخرى كعلم النفس والفلسفة والانثروبولوجيا ؛ بحيث يدعي اللوجستيقا لنفسه – بحق أو بغير حق – أن من خصائصه الهامة التي تفرق بينه وبين المنطق التقليدي عند الفلاسفة ، أستقلاله تماماً عن كل واحد من تلك العلوم ؛ وهذا ما سنفحصه عــن قرب في مرحلة قـــادمة عندمـــا نتوقف عند صلات اللوجستيقا بتلك العلوم .

ولكن حرصنا على إثبات نص كانط هنا إنما هو لبيان أن موقفه في إنكار تطور المنطق أمر لا يمكن السكوت عليه ونحن بصدد دراسة للمنطق في حـــالة مـــن التطور قد أثمرت فعلاً اللوجستيقا . لقد كذب قيام هذه الواقعة وحدها حكم كـــانط بـــأن المنطق أغلق أبوابه لكماله كما انهار بذلك توقع من أهم توقعات كانط بشأن العلوم ومستقبلها من بعده :

أما فيما يختص بتطور المنطق قبله ، ذلك التطور البطيء حقاً ، لكن المثمر أيضاً ، فيدهشنا أنه قد مر غير ملحوظ عند كانط . ويكفي أن نشير فقط

(١) أنظر الفصلين الثالث والرابع .

الى أنه حينما كتب كانط ملاحظاته السابقة كانت ترقد في مكتبة هـانوفر منذ قرابة قرن قبله مخطوطات كثيرة فيها محاولات قيمة حقاً لمواطنه وسلفه الفيلسوف والرياضي ليبنتز Leibniz خطت بالمنطق خطوات طيبة الى أبعد مما وقف عنده منطق أرسطو ، وعلى أسس جبرية بحتة . حقيقة لم تنشر هـذه المحاولات ولم تدرس إلا أخيراً [1] لكن كانط كان على علم وثيق بفلسفة ليبنتز عن طريق فولف Wolff كما كان على صلة وثيقة في حياته بأحد تلاميذ ليبنتز وهو لامبرت Lambert الذي أسهم بأبحاثه في الحركة الرياضية للمنطق في عصر كانط نفسه ، كما أسهم في ذلك الوقت أيضاً مواطن آخر لهما هو سجنر Segner في هذه الحركة نفسها .

على كل حال انه من الواضح لنا أن المنطق كغيره من العلوم قد شـاهد تطوراً ولو بطيئاً حتى عصر كانط وهذا ما سنشرحه في مناسبات عديدة .

بقي أخيراً أن نبين كيف نقدم المنطق كموضوع «فلسفي» بالدرجة الأولى ؛ ونحن نقصد بذلك أننا لن نكترث بالقواعد والقوانين ، وباستيعابها ؛ أو بالأساليب الرياضية البحتة في تناول تلك القوانين وبراهينها بقدر أكتراثنا بفلسفة تلك القوانين ، وبالدواعي الفلسفية للحساب المنطقي عند الفلاسفة أنفسهم قبل الرياضيين ، وبالنتائج الفلسفية لذلك الحساب أو بأصدائها على تصور «الحقيقة» ومدى «اليقين» في المعرفة العلمية ؛ وما الى ذلك من مسائل تهم «نظرية المعرفة» بجملة . ولا شك أن موقف الانسان من فكرة الحقيقة ومدى اليقين فيها انما يتأثر تماما باعتناقه منطقاً دون آخر من أنواع المنطق العديدة الممكنة للأنسان . فموقف من يعتنق منطقاً ثنائي القيم Bivalent logic أي قائماً على مبدأ الثالث المرفوع Excluded Middle المألوف لبادي الرأي المشترك بين الناس لأنه لا يقبل وسطاً بين

---

(١) نشر تلاميذ بيانو Peano الايطالي من أمثال Vailati بعض أبحـاث ليبنتز ، كما نشر بعضهـا مع دراسة طيبة المنطقي الفرنسي لويس كوتوراه Couturat في كتابه La Logique de Leibniz باريس ١٩٠١ .

قيمتي الصدق والكذب، أو الحق والباطل، ليس كموقف من يعتنق منطقاً اكثر مرونة وأقل صرامة لأنه كثير القيم Polivalent فيتسامح في القول برابع مرفوع أو خامس مرفوع أو ما شاء من المرفوعات مما لم يجر به العرف بين الناس بحيث تكون بين قيمتي الصدق والكذب وفوقهما ودونهما قيم أخرى لا يحـــدد عددها إلا وجهة نظر المنطقي نفسه ، أعني فلسفته ، وهذا لمما يضيء فكرة « الحقيقة » في نظرية المعرفة بضوء جديد .

نخلص من ذلك كله بأننا سنتناول المنطق في أطار صلته بعلوم مختلفة مجاورة . وهذا مما يضفي عليه حيوية واضحة ، كما سنتناول مسائله في ضوء تغير وتطور خلال التاريخ كلما سنحت الفرصة ، وسنولي أهتماماً كبيراً للفهم الفلسفي لتلك المسائل . وهذا ما أعتقدت بأخلاص أنه أكثر فائدة وجدوى عندما يدرس الفيلسوف المنطق الرياضي المعاصر لكي يجد الفيلسوف نفسه دائماً أنه في بيئته وموطنه .

٢

من العسير أن نبدأ بتعريف للمنطق لأن أنواع المنطق كثيرة ومختلفة ولا نعلم مقدما عن أي واحد منها نتكلم .

ولكي نقتنع بهذا العسر يكفي بالرجوع الى المقال الذي كتبه أندريه لالاند A. Lalande في قـــاموسه الفلسفي Vocab ulairc Philosophique تحت كلمة «منطق» .

ونحن دون أن نتصدى هنا لتناول هذه المسألة الشائكة التي نرجئها الى حينها في مرحلة قادمة نحاول فيها تحديد وظيفة المنطق وهدفه كعلم ، يمكننا أن نمضي الآن مباشرة الى اختيار تعريف مؤقت «للعمل» فقط ، لا نرضى عنه إلا قليلا ، نجده شائعا في الكتب الطلابية ويسمح لنا بتصور أنقسام أساسي في كل ما يطلق عليه كلمة المنطق الى قسمين [1]

ويقول هذا التعريف : « إن المنطق موضوعه اتفاق الفكر مع نفسه واتفاقه مع الواقع ، وغرضه البحث عن القوانين التي يتم بها هذا الاتفاق المزدوج » [2] .

وإذن فهناك اتفاق للفكر مع نفسه ، وهناك اتفاق له مع الواقع ، وهناك

---

(١) هذا الأنقسام إلى منطق صوري ومنطق مادي لم يعد مقبولا في بعض الأوساط الفكرية المعاصرة ، فمثلا برتراند راسل لا يرى في الاستقراء الا طريقاً من طرق الا ستنباط .

(٢) انظر : A. Lalande في Vocabulaire Philosophique, مادة منطق

قوانين لهذا الاتفاق المزدوج هي هدف المنطق .

ومن ثم يتضح أن هذا التعريف يفضي بنا إلى قسمة المنطق قسمة مبدئية الى ما عرف طوال التاريخ باسم «المنطق الصوري» Formal lógic الذي يتم به اتفاق الفكر مع نفسه ، وإلى ما يسمى أحيانا في الكتب الطلابية الدارجة «المنطق المادي» Logique Formelle أو «التطبيقي» Log. Appliquée ، أو على نحو أوسع «مناهج العلوم» Methodology وهو المنطق الذي يتم به اتفاق الفكر مع الواقع أو عالم التجربة الحسية الذي تستند اليه العلوم التجريبية [1] .

— لبيان هذا الأنقسام إلى نوعين من المنطق يمكن القول بأنه توجد في فكرنا عناصر نسميها أفكاراً Ideas أو تصورات Concepts كما نسميها في علوم اللغة الألفاظ أو الحدود Terms ، وتلك العناصر تقوم بينها علاقات مختلفة تكشف عنها التراكيب التي نسميها قضايا Propositions واستنباطات Deductions (التي هي أيضا قضايا) ، وهي علاقات محدودة في عددها ويمكن الوقوف عليها بتحليل القضايا والاستنباطات التي نمارسها في حياتنا العادية وفي المعرفة العلمية بالذات على نطاق أوسع .

هي علاقات تتردد دائما عندما نفكر ونستنبط مثل علاقة الأثبات Affirmation كما في قولنا الحديد يتمدد بالحرارة .

وعلاقة النفي Negation كما في الحديد لا يذوب في الماء .

وعلاقة الانطواء أو الاشتمال Inclusion كما في قولك الواحد عدد (أي أن الواحد منطو في زمرة أو فئة Class العدد .

وعلاقة الاستبعاد Exclusion وهي عكس السابقة .

وعلاقة الوصل أو العطف Conjunction كما في قولك سقراط فيلسوف ورياضي .

وعلاقة الفصل Disjunction كما في قولك سقراط فيلسوف أو رياضي .

(١) Louis Liard في كتابه La Logique

وعلاقة التضمن أو اللزوم Implication كمـــا في قولك المثلث المتســـاوي الساقين تتساوى (أي يتضمن) زاويتان فيه .

ثم علاقات أكثر ألفة مثل «كل» All وبعض Some وأي Any الخ ...

أن تلك العلاقات وأشباهها وهي قليلة العدد ويمكن حصرها ، انما هي التي تؤلف الألفاظ في قضايا وفي أستنباطات من قضايا . فألى أي قوانين يجب أن يخضع تأليف القضايا والأستنباطات لكي تصبح العلاقات بين الحدود وبالتالي بين الأفكار أو التصورات في حالة تجعل الفكر متفقاً مع نفسه أي غير متناقض مع ذاته في استنباطه الذي يتدرج من مقدمة الى نتيجة ؟ هذه هي المسألة التي يحاول أن يجيب عنها المنطق الصوري والتي تسمى فيه مسألة الاستنباط Deduction وهو أحد نوعي الأستدلال Reasoning المنطقي الذي نوعـــه الآخر الأستقراء كما سنوضحه فيما بعد .

لكن التصورات «الأفكار التي في أذهاننا أيا كانت طبيعتها وأصلها في عرف هذه المدرسة أو تلك من مدارس الفلسفة ؛ وسواء أكانت مجرد انطباعات حسية Impressions of sensations (كما يقول التجريبيون لوك وهيوم) أم فطرية Innate في أذهاننا (ديكارت) أم ماهيات Essences مجردة عن صور الأشياء في الخارج (أرسطو) ، أم محاكاة لمثل Ideas قائمة في ذواتها (افلاطون) ، أم مجرد اختراعات Inventions توزن حقيقتها بالعمل الناجح (وليم جيمس) ، أم مجرد ألفاظ (الأسميون Nominalistes) أم غير ذلك ، هذه التصورات أيا كانت طبيعتها وأصلها في أذهاننا لها علاقة خفية بالأشياء الواقعية أو بالعالم الخارجي ...

وتلك العلاقة تجعل التصورات في حالة تغير دائم في مضمونها وفحواها عند مجابهة الفكر للواقع وتجدد اتصاله به وتفاعله معه . فتنشأ عن هذه الصلة بالواقع مسألة منطقية جديدة لا تنتمي الى المنطق الصوري الذي موضوعه الأستنباط وقوانينه ، وهذه المسألة الجديدة هي مسألة التحقق والتأكد من أن الاتفاق الذي حصل عليه الفكر مع ذاته عند تأليف التصورات في قضايـــا

واستنباطات هو في الوقت عينه اتفاق له مع الواقع ،ومطابقة له مع العالم الخارجي، وهذا هو الاستقراء Induction الذي هو النوع الآخر من الإستدلال .

اذن هنا اتفاق من نوع آخر لا شأن للمنطق الصوري به لأنه موضوع المنطق المادي أو التطبيقي أعني منطق الأستقراء الذي يعرف عندما نتكلم عن العلوم وحسب بأسم أكثر دلالة.هو «مناهج العلوم » Methodology من حيث أن العلوم التجريبية تستند أساساً إلى الأستقراء .

هذا وربما كانت عبارة المنطق المادي أو التطبيقي أوسع مدى وشمولا من مجرد دراسة مناهج العلوم التجريبية أو ضبط اتفاق الفكر مع الواقع بالطرق الاستقرائية وحدها؛ ذلك لأن عبارة المنطق المادي أو التطبيقي يمكن أن تستوعب ضروباًأخرى من التفكير غير العلمي وغير الاستقرائي؛ ومع ذلك هو تفكير فيه محاولة للأتفاق أيضاً مع الواقع ، كانواع التفكير البدائي والديني والصوفي والفني والفلسفي مثــلا . فدراسات الأجتماعيين وخاصة ليفي بروبل Lèvy Bruhl[1] عن طرق فهم البدائيين لعالمهم ، ودراسات نقاد الأدب وعلماء الجمال في التذوق والحكم الجمالي ،ودراسة منهج فلسفة من الفلسفات للوصول الى حقيقة فلسفية ، كلها نماذج لما يمكن أن تتسع له عبارة المنطق المادي ، لأن المقصود هنا ليس أمراً صوريا وأنما المقصود هو أمر مادي وهو مطابقة الفكر لموضوع كالواقع البدائي أو الجميل أو الحقيقة الفلسفية .

ففي كل هذه الألوان الفكرية يحتاج الفكر بالأضافة الى منطق الأتفاق مع ذاته أي المنطق الصوري ، الى منطق آخر يشير الى مادة خارج الفكر يحاول الفكر أن يكون مطابقاً لها ، وأعني به المنطق المادي .

الآن وقد بينا أمكان انقسام المنطق مبدئياً ــ طبقاً للتعريف ــ الى قسمين ، ننبه الى أن القسم الأول وهو المنطق الصوري هو وحده موضوع دراستنا وأهتمامنا في هذا البحث . ولكننا سندرسه بصفة خاصة في حالته الراهنة التي انتقل اليها

(١) Lèvy Bruhl في كتابه Ame Primitive

بالتدريج من أنظار فلسفية ولغوية الى علم رياضي ناضج مستقل يسمى اللوجستيقا Logistic ، وهو الذي يمثل المنطق في نقائه الصوري التام ذلك النقاء الذي كان يتطلع إليه المنطق منذ ظهوره .

ونحن سندرس هذا النوع من المنطق الصوري منفصلا تماما عن كل ارتباط أو تبعية «للفكر» ذلك الفكر الذي ورد في التعريف الذي بدأنا منه ، وبغض النظر عما إذا كان يوجد فكر أو لا يوجد ، أعني سندرسه كعلم مثل العلوم الأخرى (كالهندسة أو الجبر الخ ...) له أسسه وقضاياه القائمة في ذاتها دون استدعاء الحياة الفكرية للانسان ، وبذلك نستبعد كل نظرة سيكولوجية ، أعني كل نزعة من نزعات «السيكولوجسم» [1] مما تجنبته العلوم كلها ويريد أن يتجنبه كذلك اللوجستيقا ، وهذا ما من أجله قلنا عن التعريف الذي بدأنا منه هنا أنه تعريف لا يرضينا تماما حيث أنه أشار الى ارتباط المنطق بالفكر فأقحم الفكر في غير موضعه .

هناك طريقان يمكن سلوك أحدهما أو الآخر لدراسة المنطق الصوري في صورته الرياضية الراهنة .

فأما الطريق الأول فأن نبدأ من «الرياضة البحتة» Pure Mathematics فندرس تطورها منذ أواسط القرن الماضي ، ونقد أصحابها لأسسها ومبادئها التقليدية واصطناعهم لطرق جديدة لتأسيس علمهم ، فتأدى من ذلك شيئاً فشيئاً إلى المنطق الجديد الذي استدعت الرياضة ذاتها الأسراع بأنضاجه لاستعماله في تأسيس الرياضة على أسس صورية تباعد نهائياً بين الرياضة وبين كل أساس حدسي ممكن لها مما كانت تتخذه الرياضة من قبل ، مثل المكان أو الاتصال الهندسي [2] .

ولكن سلوك هذا الطريق فيه مشقة على الفيلسوف وهو أولى بالرياضيين .

---

(١) انظر الفقرة (٦)

(٢) محمد ثابت الفندي ، في كتابه فلسفة الرياضة ، انظر مثل هذا التطور في ص ٦٦-٧٤ و٩٠ — ٩٤ .

أما الطريق الآخر وهو أكثر ألفة للفيلسوف فهو أن نبدأ من الفلسفة ذاتها وخاصة من تاريخ المنطق الصوري الذي ألفناه عند الفلاسفة ؛ فنبين كيف أنه نشأت فيه عبر القرون عند فلاسفة كثيرين نزعات هامة هي من أخص خصائص اللوجستيقا المعاصر : جعلته يتحول شيئا فشيئا الى علم رياضي رصين وثيق ؛ مثل النزعة الى الاستعاضة عن القياس بحساب آلي كالرياضة ، ثم مثل النزعة الى الى أدخال الكتابة الرمزية للتعبير عن قضايا المنطق بحيث تصبح هذه صورية تماما وطيعة العمليات الرياضية ، وأخيرا مثل أقامة المنطق نفسه على هيئةعلم استنباطي Deductive Science أي علم يبرهن كل قانون فيه دون قبوله بالبداهة تماماً كالأمر في الجبر أو الهندسة حيث لا تقبل قضية ألا إذا قام البرهان عليها استناداً الى المقامات الأولى المقبولة في ذلك العلم أو الى النظريات التي سبق برهانها فيه .

تلك النزعات الهامة الثلاث هي التي يمكننا أن ندرس نشأتها ونموها عند الفلاسفة خلال التاريخ الطويل للمنطق حتى وصلت الى نضجها التـــــام في اللوجستيقا ، وبذلك نرى الدواعي الفلسفية البحتة – لا الرياضية ، التي أدت الى تكوّن المنطق الرياضي في محيط الفلسفة .

الفصل الثاني

المنطق الصوري

موضوعه ومنهجه والغرض منه

(٣) منطق الفلاسفة

(٤) اللوجستيقا

٣

أن المنطق الرياضي المعاصر في حالة تجدد وتغير وعدم استقرار مما يشهد بحيوية غير مسبوقة . ولقد كان أحرى به أن يكون أثبت العلوم وأوثقها جميعا ومع ذلك لا يوجد بين العلوم اليوم ما هو أشد منه قلقا ولا أكثر نقاشا ، بل يبدو أنه كذلك فقد وحدته .

ومصدر ذلك فيما يبدو الموضوع الذي يدرسه المنطق ومنهجه وأغراضه أو أو أهدافه من جهة ، ثم التطورات العميقة التي لحقت الرياضة البحتة منذ منتصف القرن الماضي وأثرها في المنطق وتأثرها به من جهة أخرى .

ونحن إذا وضعنا نصب أعيننا هاتين النقطتين : نقطة موضوع المنطق ومنهجه والغرض منه ، ثم نقطة صلته بتطور الرياضة المعاصرة ، سنجد أختلافا كبيرا ليس فقط بين الفلاسفة أنفسهم طوال عصورهم حول تصور موضوعه ومنهجه والغرض منه ، وانما بين منطق الفلاسفة في جملته المعروف بالمنطق الصوري أو التقليدي من جهة والمنطق الرياضي المعاصر من جهة أخرى .

ونحن اذا حاولنا فقط أن نقارن بين منطق الفلاسفة في جملته وبين اللوجستيقا — وان كنا في هذه المرحلة من تقدمنا في عرض المسائل هنا لا نعلم بعد شيئا ذا قيمة عن اللوجستيقا بقدر ما نعلم الكثير عن منطق الفلاسفة الشائع في المؤلفات الفلسفية — أننا إذا حاولنا مثل هذه المقارنة بين المنطقين فإنما ذلك لكي نحدد

المواقف المختلفة في كل منهما ونهيء بذلك الفرصة المناسبة لتكوين فكرة عن طبيعة المنطق الرياضي بطريق المقابلة والاختلاف – وبضدها تتميز الأشياء كما يقال – لأننا سنرجىء عرض أصوله مفصلة الى مرحلة متأخرة .

هما بالطبع ما يسمى «المنطق الصوري» ولكنهما يختلفان في موضوعهما ومنهجهما وأهدافهما بما يكفي لتمييز كل واحد منهما عن الآخر .

وإذا بدأنا المقارنة على أساس « الموضوع » فيمكن القول أن موضوع المنطق الصوري كما يعرضه خلفاء أرسطو طوال العصور ليس «صورياً» بكل معاني الكلمة ، بل يختلف من فيلسوف الى آخر بما يدخل عليه من اعتبارات أو مسائل سيكولوجية ولغوية وميتافيزيقية مختلفة فيتألف من كل ذلك خليط من الموضوعات أكثرها غير صوري بل ولا يمت الى المنطق بصلة من قريب أو بعيد .

أن كانط سبق أن لاحظ هذا الخلط في موضوعات المنطق عند الفلاسفة حين أبرز بوضوح غير مسبوق بأن موضوع المنطق الصوري محدد للغاية «فغرضه الوحيد استعراض وبرهان القواعد الصورية لكل تفكير»[1] . ولذلك فأنه يؤكد ضرورة استبعاد كل ما أقحم على المنطق طوال عصوره من الموضوعات السيكولوجيـة والميتافيزيقية والأنثروبولوجية ، مما جعل منطق الفلاسفة يتكون من موضوعات ليس بينها ذلك التجانس الملحوظ في موضوعات العلم الشقيق ، أعني الرياضة .

ونحن إذا تخيرنا أربعة كتب في منطق الفلاسفة تنتسب الى عصور مختلفة ككتاب «النجاة» لابن سينا، وكمنطق بورويال Port Royal (ارنولد ونيكول) الذي أشتهر في القرن السابع عشر ، وكمنطق جون ستيوارت ميل Mill (System of logic) الذي ساد في الدراسات الفلسفية في القرن الماضي ثم أخيرا ككتاب جوبلو Goblot Traité de logique الذي اشتهر في الجامعات الفرنسية في فترة ما بين الحربين ، فسنلحظ بالاستقراء الى جانب اختلافها فيما بينها أختلافا كبيرا أن الموضوعات المتباينة التي تؤلف موضوع المنطق الصوري عند الفلاسفة هي ما يأتي : –

(١) أنظر النص الذي نقلناه لكانط في الفقرة (١) ، ص ١٨ – ١٩ .

(ا) بحث في الإنتقال من المحسوس الجزئي إلى المعقول الكلي (وما يحتاجه هذا البحث من كلام في وظائف الحواس والإدراك الحسي والمخيلة والذاكرة والعادة والتداعي) ... (علم نفس)

(ب) بحث في الألفاظ والحدود أو المفردات (يتناول تصنيفات مختلفة للألفاظ كالألفاظ المتواطئة والمشككة والمترادفة والمتضادة والجزئية والكلية الخ ... (لغة)

(ج) بحث حول المقولات وطريقة اشتقاقها وفقاً لمنطق ينتجها ويحصر عددها، وكذلك بحث في الأجناس والأنواع وما يتصل بذلك من بحث في نظرية التعريفات ... (فلسفة) .

(د) بحث في التصديقات أو القضايا ... (منطق) .

(ه) بحث في قوانين الفكر (الهوية وعدم التناقض والثالث المرفوع والجوهرية والعلية والغائية وما يستتبع بحث مثل هذه القوانين من كلام عن أصلها وطبيعتها وقيمتها مما يثير بالضرورة كل المواقف الميتافيزيقية التي وقفها الفلاسفة حيالها طوال التاريخ) ... (فلسفة).

(و) بحث في الأستنباط المباشر وغير المباشر (القياس) ... (منطق)

(ز) بحث في الأستقراء والتمثيل وصلتهما بالقياس ... (منطق)

(ح) بحث في المغلطات ونظرية الخطأ الخ ... (فلسفة)

هذا فيما يختص بموضوعات منطق الفلاسفة : أما فيما يختص بالمنهج أو الطريقة التي تتبع في دراسات تلك الموضوعات المتباينة وعرضها في صورة علم فهي الطريقة التي يصح أن نصفها — لعدم وجود اسم للدلالة عليها — بالطريقة الفلسفية اللغوية التعليمية ، أعني الطريقة التي لا تعهد في العلوم الشقيقة للمنطق التي أصبحت في عهدها الأخير مستندة اليه وأحياناً مشتقة من حدوده وقضاياه وأقصد بها الرياضيات المعاصرة .

فالطريقة فلسفية بمعنى أنها جدلية تستند الى الجدل والمناقشة . فالمنطق التقليدي ظل بحثا فلسفيا بالدرجة الأولى يثير مسائله في ضوء التفكير الفلسفي كما تتراءى لكل فيلسوف ناظر في المنطق ، ويبرر كل مسائلة بالجدل والنقاش الفلسفيين ، فلا يوجد تسلسل ضروري لمسائله وقوانينه ، ولا تمييز بين الأصيل والمشتق أو السابق واللاحق من تلك القوانين ، ولا برهان على قضاياه ونظرياته . الأمر الذي لا نجد مثيله في الرياضيات . ففي هذه الأخيرة نجد الدقة بادية في كل مراحلها بحيث تتوقف كل قضية لاحقة على قضايا سابقة تم برهانها وبحيث لا تقبل قضية لم تبرهن بالاستنباط مما سبق برهانه من قضايا هذا العلم أو من مقدماته الأولى .

ثم أن الطريقة «لغوية» بمعنى أن منطق الفلاسفة يستند أساساً إلى ألفاظ اللغة العادية في عرض قضاياه وبرهانها . ولم يستطع هذا المنطق طوال تاريخه أن يصطنع لنفسه لغة علمية كالشأن في العلوم الأخرى التي استقلت عن الفلسفة ، مع شدة حاجته الى مثل هذه اللغة . إذ أن العلوم الأخرى وعلى رأسها الرياضيات اصطنعت اللغة « الرمزية » Symbolic التي أثبت استعمالها أن العلوم غير ممكنة بدونها وفيها يكمن سر النجاح المنقطع النظير في العلوم المضبوطة Exact Sciences وتقدمها ، لما للرموز من دقة بالغة في الدلالة على المقصود منها ولما لها من سهولة في تناولها كعمليات ، ولما لها أيضاً من تجرد وعموم لا تبلغها بالطبع الألفاظ القاموسية المعتادة المشبعة بالمعاني المتقاربة وأحيانا المتضادة التي تعيق الاستنباط وتورط في الخطأ ، ومن ثم فهي أيضاً غير طيعة كعمليات حسابية . حقيقة أنه منذ أرسطو أتخذ القياس الحروف الأبجدية الكبرى للدلالة على حدود القضية القياسية ولكن هذا لم يمس المنطق في شيء لأنه لم يرمز إلى فكرة القضية أعني الى العلاقة التي تربط بين حدودها ، فهذه العلاقات أو رموزها هي جوهر القضية المنطقية وليس الجوهر حدودها حتى ولو رمز اليها . لذلك لم يفد المنطق التقليدي من الرموز المستعملة فيه . ولكن الرموز الحقيقية التي هي لغة العلم الحديث أنما بدأت بالرياضة ، وإن كان ذلك تحت تأثير رموز المنطق التقليدي ، إلا أنها عبرت عن العلاقات الرياضية الأساسية التي هي موضوع الرياضة . وواضح أن هناك فرقا شاسعا بين استعمال اللغة العادية

والرموز في الرياضيات . وكذلك الأمر في المنطق . .

وأخيراً هي طريقة «تعليمية»Didactic إذ روعي في تنسيق مسائل المنطق عند الفلاسفة وفي ترتيبها حاجة المتعلم لا حاجة العلم المنطقي في ذاته، فنشأ عن مراعاة حاجة المتعلم لا العلم أن ألحقت بعلم المنطق الصوري . الذي غرضه الوحيد الاستنباط وقوانينه ، فصول لا تمت اليه البتة بصلة كالنظر في الألفاظ أو الحدود أو التصورات ، ويقدم النظر فيها على سائر المسائل مع أنها مسائل لغوية تماماً وتهم قاموس اللغة . ثم يأتي بعد ذلك فصل التصديقات أو القضايا التي تتركب من تلك الألفاظ أو تصوراتها . ويقف البحث فيها عند الشكل الظاهر في اللغة لتلك القضايا أعني عند دورها اللغوي وحسب : ثم يتدرج المنطق من تلك القضايا الى ما يتركب منها من أستنباطات قياسية وهنا أيضاً نلمس بوضوح أشد لماذا وقف ذلك المنطق عند حد الأشكال المنتجة من القياس وحدها نتيجة للإرتباط بمعاني الألفاظ في القاموس اللغوي . وهذا التدرج من الألفاظ إلى ما يتركب منها من قضايا ثم الى ما يتركب من هذه من أقيسة منتجة إنما هو تدرج من البسيط الى المركب الذي يراعي فيه حاجة المتعلم بينما لا يحتاج العلم المنطقي إلا الى النظر في قوانين الإستنباط وحدها .

ثم إن ما أدخل على هذا المنطق من اعتبارات سيكولوجية وميتافيزيقية ، فإنما لتبريره وتوضيحه عند المتعلم وليست العلم نفسه، فعندما نستعرض مؤلفا مثل كتاب جون ستيوارت نجد فيه إسهابا في الكلام عن الحواس والادراك والتداعي والعادة وأنظارا ميتافيزيقية في أصل المعرفة وخاصة في القوانين التي تسمى قوانين الفكر . في حين أن اللوجستيقا الذي حدد موضوعه تماما لا نظر له في شيء من هذا كله منذ البداية ولا يهم إلا بقوانين الاستنباط وحدها وببرهانها وبهذا يطابق تماما وجهة نظر كانط في تحديد المنطق .

كل هذا إنما يتضح أكثر عند مقارنة ذلك بمنهج اللوجستيقا فيما بعد .

بقي الكلام عن «الغرض» الذي يهدف اليه الفلاسفة من المنطق الصوري .

وهنا نجد الخلاف فيه مستحكما بينهم أشد استحكام لأنهم لم يتنبهوا في يوم من الأيام طوال التاريخ العريق للمنطق — أو على الأقل لم يتنبهوا إلا نادراً — إلى أن المنطق نظرية رياضية هي أبسط أنواع الحساب الرياضي وأعمها ، والى أن قضاياه وقوانينه قاعدة لما يليه من نظريات الرياضة . ولهذا فقد تخبطوا في تعريفه وجاءوا بتعريفات متباينة يشف كل واحد منها عن غرض أو وظيفة مخالفة .

لقد جمع الفيلسوف المنطقي الاسكتلندي وليم هاملتون W. Hamilton (في محاضراته في الفلسفة [1] التي اشتهر بها في القرن الماضي) من تعريفات المنطق الشيء الكثير . كما نجد مقالا طيبا عن تعريفات المنطق في دائرة معارف الأديان والأخلاق [2] ، وتلك التعريفات كلها ترد في الواقع الى أربعة مواقف أو نظريات أساسية في وظيفة المنطق .

١ — فكثير من الفلاسفة نظروا الى المنطق نظرة عملية محضة (Pragmatic) فعرفوا المنطق بأنه آلة (Organon) [3] أو صناعة (Art) . وهم يعنون بذلك أنه لا يقصد لذاته وانما لما يمكن أن نستفيده منه عمليا عند تطبيقه على الأحكام والاستدلالات في العلم . ولذلك قيل في وصفه « إنه من علوم الوسائل لا الغايات» بمعنى أنه من العلوم التي تقصد لغيرها لا لذاتها . من هؤلاء الفيلسوف أبو علي ابن سينا الذي يعرف المنطق بأنه « آلة تعصم الذهن عن الزلل » [4] . وكذلك مؤلفا منطق بورويال (أرنولد ونيكول) اللذان سميا كتابهما « المنطق أو صناعة التفكير». ونقرأ في أوائل كتابهما ما يأتي : « أهم تطبيق للمنطق يجب أن يكون تكوين الأحكام وجعلها صحيحة بقدر الامكان والى هذا تهدف كل أبحاثنا »[5] .

---

(١) W. Hamilton في Lectures ، الكتاب الرابع ، ص ٢٨٣ — ٢٨٩

(٢) Encyclopedia of Religions and Ethics ، مادة منطق

(٣) هذا الوصف Organon هو العنوان الذي اطلقه اندرونقوس الرودسي على مجموعة الكتب الارسطية في المنطق .

(٤) ابن سينا في كتابه النجاة

(٥) Arnold & Nicole في كتابهما La Logique ou l'Art de Penser

مثل هذه النظرة الى المنطق بعيدة كل البعد عن واقع المنطق الرياضي كما يبدو اليوم . فأنت قد تعلم المنطق كله قديمه وحديثه ، ومع ذلك تخطىء في الأحكام والعلوم كمن لم يتعلم المنطق قط ، تماما كما قد تعلم قواعد الحساب وتخطىء في المحاسبة . فالمنطق ليس آلة للحكم الصائب ولا صناعة تعصم الذهن عن الخطأ .

٢ — مناطقة آخرون مع قبولهم لفكرة أرنولد ونيكول بأن المنطق صنــــاعة يقولون أنه في الوقت عينه علم نظري Science théorique ،من هؤلاء جوبلو[١] مثلا . وواضح أن اجتماع الفكرتين معاً يتضمن تناقضاً لأن العلم النظري يتجه بأكمله نحو معرفة الحقائق العلمية بغض النظر عن نفعها العملي أو عدم نفعها ،وإنما يجيء التطبيق إن أمكن لاحقا عند المهندسين والكيمائيين وغيرهم في المصنع والمعمل . وكثير من الحقائق العلمية يظل طويلا دون تطبيق . فالأعداد التخيلية Imaginary Numbers في الرياضيات عرفت طويلا قبل أن يدخلها كوشي Cauchy في الدوال التحليلية Fonctions Analytiques .وسئل الطبيعي هرتز (Hertz) مرة وهو الذي اكتشف الموجات الكهر ومغناطيسية عن فائدتها فأجاب بأنه لا يعلم شيئــاً عن هذا وكل ما يعرفه أنها ظاهرة موجودة . وبعد سنوات قليلة تمت الإفادة منها تطبيقياً في إرسال البرقيات السلكية .

٣ — وغير هؤلاء وأولئك يكتفون بالقول بأنه «علم نظري» فقط مثل جون ستيورات ميل [٢] وهذا التعريف وإن كان أنسب التعريفات التقليدية جميعاً إلا أنه يبقى عند الفلاسفة تعريفاً أجوف لأن ستيوارت ميل مثلا يفهم منه تلك الموضوعات المتباينة التي سبق استعراضها في ثبت أبجدي [٣] مع معالجتها بالطرق الفلسفية في حين أن اصطلاح «العلم النظري» كما يفهم الآن من الرياضيات إنما يدل على شيء آخر بالمرة ، وعلى أمر يجب أن تتوافر فيه شرائط معينة دقيقة . وهذا

(١) Goblot في كتابه Traité de Logique

(٢) J.S. Mill في كتابه System of Logic

(٣) انظر ثبت موضوعات المنطق عند الفلاسفة التي أحصيناها بالحروف الأبجدية من أ إلى ح .

ما سنرجىء شرحه الى ما بعد عندما نتكلم عن المنطق كنسق استنباطي» أو «أكسيوماتيك» .

٤ — فلاسفة آخرون يقولون إنه «علم معياري» Science Normative أمثال لالاند وودندلباند وجوبلو أيضا. ويمكن الرجوع الى قاموس لالاند في المصطلحات الفلسفية لمعرفة معاني كلمة «معياري»[1] ونكتفي هنا بالقول بأنهم يقصدون جملة بهذا اللفظ أن قوانين المنطق الصوري تصبح بالنسبة للفكر معايير أو موازين مثالية يجب أن يرقى اليها التفكير إذا أريد به أن يكون صحيحا سليما .

وليست هذه الفكرة حديثة فقد أخذ بها مثلا أبو حامد الغزالي عندما سمى كتابه في المنطق « معيار العلوم » كما سمى كتابه في علم تصوره موازياً لتصوره في المنطق وأعني به علم الأخلاق(الذي كثيراً ما أعار نوع أحكامه المعيارية ، الى نوع أحكام المنطق). « ميزان العمل ».

وتلك نظرة هي أقل النظرات حظاً في القبول عندنا. لأنها جمعت بين كون المنطق علما وكونه معياريا في آن واحد وهذا تناقض بيّن . لقد قيل بقوة اليوم أنه لا يوجد علم معياري، أعني أن فكرة العلم المعياري فكرة متناقضة: متداعية . وهذا رأي أصبح شائعاً منذ ظهور كتاب ليفي بروبل Lèvy Bruhl المسمى « الأخلاق وعلم العادات»[2]. وهو كتاب في الأخلاق ولكنه يمس عن قرب تعريف المنطق وتحديد غرضه ووظيفته لأن الأخلاق كما تصورها الفلاسفة إنما تفرض أيضاً كالمنطق مُثلا أو معايير يجب أن يرقى اليها السلوك الانساني إذا أريد به أن يكون خلقيا. وهذا ما لم يسمح بقيامها كعلم من العلوم «الوضعية» Sc. Positives طوال تاريخها كما يرى ليفي برويل ومعه الاجتماعيون . وهي لكي تصبح علما كغيرها من العلوم الوضعية يجب أن لا تكون معيارية .

ويمكن الاشارة الى آراء ليفي برويل على النحو الآتي : إن قضايا العلم تستمد

(١) A. Lalande في Vocabulaire Philos.

(٢) Lèvy Bruhl في La Morale et la Science de Mœurs

من الواقع وتعبر عما هو كائن بصيغة المضارع كأن نقول: الحديد يتمدد بالحرارة. وهذا ما يسمى أحكاما «تقريرية». واذا كان الأمر كذلك أي إذا كان العلم يعبر فقط عما هو كائن، فمن التناقض تصور علم بكل معاني كلمة «العلم» تكون أحكامه غير مستمدة من الواقع ؛ بل تعبر فقط عما يملي على الواقع أو عما يجب أن يكون عليه الواقع ؛ وذلك طبعا بصيغة الأمر كأن نقول: يجب أن يتمدد الحديد بالحرارة. مثل هذه الأحكام تسمى معيارية J. Normatifs أو تقويمية J. de Valeur وتقوم عليها عند الفلاسفة علوم كالمنطق والأخلاق وعلم الجمال، وهي علوم تفرض معايير تقاس عليها الاحكام المنطقية أو الخلقية أو الذوقية. وفيما يختص بالمنطق يصبح المنطق في نطاق هذا التصور هو العلم الذي يرسم لنا قواعد التفكير الصحيح ليجنبنا الخطأ ومن ثم جاء وصفه بالمعيارية. ولنتذكر هنا مثلا تعريف ابن سينا الذي ذكرناه فإنه يعبر عن مثل هذا التصور المعياري.

هذا التصور المعياري للعلم هو تصور «متناقض» في نظر ليفي بروبل لأنه لا يمكن أن يجتمع في آن واحد فكرة العلم وفكرة المعيارية، أي الأحكام التقريرية والأحكام المعيارية. فالأخلاق مثلا أن كانت علما بكل معاني الكلمة فهي لا يمكن أن تكون معيارية أيضا، أعني أنها تنحصر في استقصاء الوقائع السلوكية للانسان كما هي حادثة فعلا في المجتمعات وتستنبط منها قوانينها كما في العلوم الحقة، لا أن تشرع قوانين مثالية للسلوك وتلزم الناس بها. فلكل مجتمع سلوكه الذي ينطوي على تصوره الخاص للخير والفضيلة، وهذا الخير الواقعي — لا الخير الذي يبتدعه الفلاسفة — هو موضوع الأخلاق إذا أريد تأسيس الأخلاق كعلم وضعي، وأحرى بنا عندئذ أن نسميها كما فعل ليفي بروبل والاجتماعيون من بعده «علم العادات Science de Mœures بدلا من علم الأخلاق لأنها تصبح دراسة للظواهر السلوكية المعتادة في كل مجتمع على حدة.

إن هذا النقد الذي وجهه ليفي بروبل للتصور المعياري للأخلاق عند الفلاسفة ثم تصحيحه للموقف العلمي للأخلاق، إن هذا كله لما ينسحب تماماً على المنطق عند الفلاسفة وينطبق عليه.

فالمنطق أذا أريد به أن يقوم فعلا كعلم ناضج يجب أن لا نتصوره معياريا أو معبرا عن أحكام معيارية لأنه يصبح عندئذ تصوراً متناقضاً مع كونه علما . ولا شك أنه يوجد في كل الكتب المنطقية حتى العاصر منها أحكام معيارية . مثلا تقول كتب المنطق يجب ألا تعكس القضية الكلية : أو يجب أن يكون التعريف جامعا مانعا .. ولكن مثل هذه الأحكام ليست أحكاما معيارية كالأحكام المعيارية المقصودة في الأخلاق ولا دي وأمثالها التي تحدد مدى الوضعية العلمية في هذا المنطق ، إنما الوضعية العلمية فيه التي تزيل كل لبس انما تكمن في الحقيقة في أن المنطق في صورته الرياضية أصبح كالهندسة أو الجبر نسقا استنباطيا صرفا : أي يبرهن قضاياه جميعها ، اللاحقة منها استناداً الى السابقة : والجميع استناداً الى المقدمات الابتدائية (المسلمات) المقبولة في أول هذا العلم . ولا يمكن أن يوصف حينئذ كما لا توصف الهندسة أو الجبر بالمعيارية . وهذا يتفق مع ما نفهمه من رأي كانط الذي يقول أن موضوع المنطق «محدد للغـاية وهو استعراض وبرهان القواعد الصورية لكل تفكير...» وان كان كانط لم يحدد مغزى كلامه هذا .

تلك هي التعريفات الأربعة التي حصرنا فيها مواقف الفلاسفة من وظيفة المنطق عندهم ، ولقد حرصنا على استعراضها هنا لا لنتعلم تعريفات للمنطق فهذا لا يفيد ، ولكن لكي نبين أن الهدف من الدراسات المنطقية ليس أن نجعل للمنطق وظيفة كعصمة الفكر عن الخطأ أو لتكوين الأحكام أو لإقامة معايير تتحكم في تفكيرنا ، وانما الهدف هو أن يتقدم المنطق الينا كمجرد نظرية علمية لا تحتاج حتى الى مجرد افتراض وجود «فكر» ، أو حتى من غير افتراض وجود فكر ، وإذا أردنا أن نقرب تعريفاً من هذا التصور فيمكن أن نقبل تعريف جون ستيوارت ميل الذي يقول إن المنطق «علم نظري» بشرط أن نفهم من هذا التعبير شيئاً آخر غير ما تصوره ميل ، أعني أن نفهم منه فقط ما يسمى اليوم النسق الاستنباطي أو النظرية الاكسيوماتيكية كما سنشرح ذلك فيما بعد .

٤

بعد أن أشرت فيما تقدم الى موضوع المنطق ومنهجه والغرض منه عند الفلاسفة ، أنبه الى أن المنطق الصوري في صورته الرياضية (اللوجستيقا) يختلف في كل نقطة من هذه النقط الثلاث عن سلفه الفلسفي .

وخير لنا في هذه المرحلة من تقدم دراستنا ، التي لم نعرف بعد فيها اللوجستيقا معرفة مباشرة ، أن نعود أدراجنا الى الوراء عبر القرون الى واضع المنطق نفسه ، لأننا سنجد عند أرسطو بيانات قيمة حقا فيما يتعلق بتلك النقط ، أي فيما كان سيصير اليه المنطق الصوري منذ خطواته الأولى لو اتبـــع المفكرون اللاحقون من الفلاسفة حقيقة التفكير الأرسطي من جهة موضوع المنطق ومنهجه والغرض منه .

ذلك لأنه توجد في الواقع عند أرسطو أنظار ذات قيمة عظيمة في تلك المسائل الثلاث نستبين منها كيف كان تصوره للمنطق قريباً جدا من تصوّر اللوجستيقيين المعاصرين ، وهذا مما يجعلنا نتصور مسبقا تحديدا لموضوع المنطق ومنهجه ووظيفته عند اللوجستيقيين وان كنا نتكلم في الواقع من خلال كتابات أرسطو .

فأولا من حيث الموضوع نقول إن من بين سائر كتب أرسطو التي جمعها اندرونقوس الرودسي تحت أسم « الآلة » Organon كان أرسطو ينظر الى « التحليلات » Analytiques وحدها على أنها تشتمل على مذهبه المنطقي .

وهذا ما يتضح من اختياره لكلمة «تحليل» للدلالة على ما سمي فيما بعد «بالمنطق» Logic لأن هذه الكلمة متأخرة ومن وضع الرواقيين . أما الكلمة التي اختارها أرسطو فقد كان يطلقها في بداية الأمر على تحليل الاستنباط محصوراً في نطاق القياس Syllogism وحده إلى «أشكال» و «ضروب»، ثم مد أطلاقها تبعا لذلك بحيث شملت القضايا وما بينها من صلات استنباطية . وإذن فقد كان موضوع المنطق عنده قاصراً تقريباً على ما رمزنا اليه في ثبت موضوعات المنطق عند الفلاسفة بالحرف (و) وخاصة من الناحية الصورية وحدها . أما موضوع الحرف (ز) فلم يظهر في سياق تحليلاته إلا كطريقة من طرق القياس . أما الحروف الأخرى الباقية من الثبت فلم تكن نصب عينيه في التحليلات .

ومن ثم نرى أن موضوع المنطق عند واضعه كما عند اللوجستيقيين المعاصرين هو الاستنباط وقوانينه تماما كما رأى كانط .

وإذا كان هناك مأخذ من وجهة نظر المنطق الرياضي المعاصر على منطق أرسطو فيما يختص بموضوع المنطق فليس ذلك إذن من ناحية حصر أرسطو لموضوع المنطق في الاستنباط وقوانينه ، وإنما هو فقط في حصر الاستنباط نفسه في قواعد القياس الضيقة وحسب ، فلم يتنبه أرسطو الى ضرورة التوسع في تتبع قوانين الاستنباط بحيث تشمل قوانين أخرى لا تمت الى القياس اللغوي بصلة ، وتلك هي قوانين الاستنباط التي تمارسها الرياضة ، أوسع العلوم الاستنباطية ، والتي يعرفها تماما اللوجستيقا .

ثانيا من حيث المنهج ، ميز أرسطو بوضوح كاف ما يتصل بالصورة وما يتصل بالمادة في تحليلاته . وفيما يختص بالصورة وحدها ، صورة الاستنباطات القياسية التي هي موضوع المنطق الحقيقي عنده ، فقد خصها «بتحليلاته الأولى» ، وقدم النظر فيها تبعاً لذلك ورأى أن القضايا كلها ذات صورة واحدة هي «الموضوع — المحمول» ، كما رأي أن الاستنباط (القياس) انما يقوم على الصورة وحدها . وتكفي نظرة في «تحليلاته الأولى» لبيان مدى اهتمامه بأبراز الصورة في نقائها التام حين

حاول اتخاذ منهج الرموز الحرفية ، اذ أنه رأى أن ذلك النقاء الصوري انما يُبْلغ بالرمز الحرفي حين اتخذ حروف الهجاء الكبرى دلالة على حدود القضية القياسية . وهذا ما لا نراه في كتب المتأخرين إلا كعرض من الأعراض التي يمكن أن يستغنى عنها . يقول الرياضي ومؤرخ الرياضة بول تانري Paul Tannery « عندما ندرس في أرسطو استعمال الرموز الحرفية للدلالة على موضوعات فكرية ، فاننا سنقول حتما في أنفسنا أنه لم يبق بين اليونان وجبر فيت Viète الا بضع خطوات »[1] . وأذن فأرسطو استعمل الطريقة الرمزية كطريقة للمنطق ، كما هو الشأن في الرياضة . وما إهمال هذه الطريقة أو فشلها وعدم نموها عند خلفائه إلا نتيجة حتمية لعدم صلاحية الرمز الأرسطي لتأسيس حساب منطقي Logical Calculus كاللوجستيقا ، وبذلك لم تظهر فائدة رموزه عند خلفائه . وفي الواقع لم يكن تحليل أرسطو للصور المنطقية موفقا ، فلم يكن موفقاً تبعاً لذلك استعمال الرمز في المنطق الأرسطي . فمن المعروف الآن أن الصور المنطقية شأنها كشأن قضايا الرياضة تشتمل على « ثوابت » Constants وعلى « متغيرات » Variables ، وأرسطو لم يرمز الى الثوابت المنطقية القليلة التي استطاع أن يميزها مثل « كل » و « بعض » و « يتضمن » أو « يلزم » ، (كلزوم النتيجة عن مقدمة قياسية) ، و « لا » (النفي) وغيرها ، ولكنه رمز الى الحدود المتغيرة Variables التي تظهر الى جوار تلك الثوابت في كل صيغة منطقية . وأنه لمما لا شك فيه الآن أن التمييز بين الثوابت والمتغيرات مع رموز لها هو سر نجاح اللوجستيقا كحساب . فمثلا في القياس لم يرمز أرسطو الى ثابت « التضمن » (اذا .... إذن ...) أي الشرط وجوابه الذي بواسطته تنتج النتيجة عن المقدمة أياً كانت الحدود ، ولكنه رمز فقط الى الحدود المتغيرة ا ، ب ، ح ... التي يمكن استبدالها في داخل ذلك الثابت بقيم محددة مثل سقراط وإنسان وحيوان مثلا . فتتكون قضايا قياسية ذات معنى في قاموس اللغة . فجاء بذلك رمزه المنطقي ناقصا بحيث لم يتمكن المنطق من التحول الى حساب كما هو الشأن في أخته الرياضية ، اذ ينقصه تمييز العمليات

---

(١) النص المذكور لبول تانري Paul Tannery اقتطفه L. Brunschvicg في كتابه Les Etapes de la Philosophie Mathématique ص ١٠٤

المنطقية نفسها مع الرمز لها وهي التي تقابل العمليات الرياضية وتسمى «الثوابت» لأن معناها لا يتغير أبداً داخل النظرية الرياضية .

ولكنه مع رمزه الناقص هذا بين لنا بكل تأكيد أن كل صيغة منطقية هي «دالة قضائية» Propositional Function كما يقال الآن وليست قضية محددة ذات معنى قاموسي ، بعبارة أخرى بين أن كل صيغة منطقية تشتمل على متغيرات وبالتالي هي صيغة عامة وصورية بحتة وليست قضية ذات مادة معينة . والنقص فقط هو في أنه لم يبين لنا ماهية تلك الدالة القضائية ، وبالتالي لم يستطع أن يضع لها رمزا ، أعني أنه لم يكشف عن الثابت أو الثوابت المنطقية . وبالتالي عن رموزها .

لتقدير خطورة هذا النقص عند أرسطو نستطيع أن نتخيل كتابا في الجبر المألوف حيث الأعداد وحدها يرمز اليها بحروف متغيرة (ا ، ب ، ... س ، ص) في حين أن الثوابت الجبرية (مثل + ، – ، × ، ÷ ، = الخ ...) لا رمز لها وإنما تكتب كما تنطق لغة . عندئذ تصبح العمليات الحسابية عسيرة ان لم تكن مستحيلة أيضاً ، كما أننا نتساءل عندئذ : ولماذا نستبقي الرموز الحرفية وحدها حين نتكلم وتكتب لغويا العمليات الثابتة ؟ ولماذا لا نتكلم دائماً بألفاظ اللغة ؟ ذلك هو بالضبط موقف التابعين من بعده في المنطق حيال رموزه ممـــا جعلهم بالطبع لا يتنبهون إلى امكان قيام المنطق كحساب رياضي .

والواقع أن قيام الرياضة وتقدمها ودقتها المألوفة إنما هي في كل ذلك وليدة منهجها الكتابي ، أي الرموز الدالة على ثوابتها ومتغيراتها ، ولو أنه استغنى بالكلام العادي عن تلك الرموز لما قامت الرياضة أصلا. فالرياضيات كالحساب والجبر والتحليل (عدا الهندسة) لم تستطع أن تسير قدما الى الأمام في حضارات أثينا والاسكندرية وروما القديمة لأن أسلوبها الرمزي إنما هو وليد عصور متأخرة جدا وقريبة منا . ولا يختلف عن هذا موقف المنطق .

ثالثا رأي أرسطو بثاقب بصره أن المنطق ينتسب بطبيعته الى مجموعة العلوم التي أسماها «العلوم البرهانية» Demonstrative Sciences وهي التي وسمت حديثا بعبارات مثـــل « علم نظري » (جون ستيوارت ميل) أو علـــم استنباطي Deductive science عند المناطقة المحـــدثين أو « نظرية اكسيوماتيكية » Axiomatic Theory عند الرياضيين .

وتلك فكرة لم يتوسع فيها أرسطو للأسف الشديد وبالتالي لم يقم الدليل عليها فيما يختص بالمنطق كما أقامه بالنسبة للهندسة. ذلك لأنه بالنسبة للهندسة بين في في « تحليلاته الثانية » وفي كتابه «الميتافيزيقا» أيضاً أن هناك أصولا أو قضايا ابتدائية كالأصول Axioms والمسلمات Postulates والتعريفات Definitions على أساسها تبرهن قضايا الهندسة استنباطيا .

ومع أن أرسطو لم يقم الدليل العملي على كون المنطق يمكن أن يكون كالهندسة « علما برهانيا » فأنه ولا شك داعب في فكرة مقتضبة أملاً كبيراً لم يتحقق إلا أخيرا جدا حين قام علم الاستنباط أي المنطق ، على نحو في ذاته استنباطي ، أي على نحو يبرهن قوانينه استنباطيا استنادا الى قضايا ابتدائية قليلة ، شأنه شأن الهندسة كمـــا وصفنا ، وهذا ما فعله اللوجستيقا .

ومهما يكن من شيء فأن تلك الفكرة المقتضبة المجملة عند أرسطو وحدها ، فكرة كون المنطق من العلوم البرهانية ، تكشف عن حقيقة الغرض من المنطق عنده ، فهي تمنع من أن يكون المنطق صناعة ، أو صناعة وعلما في آن واحد ، أو علما معياريا ، وانما هو علم نظري أو نسق استنباطي أو نظرية اكسيوماتيكية أياً ما كانت التسمية . ولذلك سماه أرسطو «التحليلات» وحسب .

إن بين هذا التصور الأرسطي وبين المنطق الرياضي المعاصر ، باعتباره حسابا هو أبسط أنواع الحساب وأعمها ، لم تكن توجد إلا خطوة حاسمة واحدة الى الأمام هي بيان أن المنطق هو عبارة عن مجموعة تلك الثوابت والقوانين التي تستعملها الرياضيات

ضمناً دون تعريف بها فوجب التعريف بها مستقلة في المنطق [1] تلك الثوابت والقوانين التي تؤلف فيما بينها أيضا نسقا استنباطيا مستقلا يبرهن قضاياه تماماً كما في الرياضة . ولكن هذه الخطوة الحاسمة هي آخر مراحل المنطق في صورته اللوجستيقية ولم يكن أرسطو ولا المناطقة السابقون على تطور الرياضيات منذ أواسط القرن التاسع عشر قد وهبوا فهم المنطق من هذه الناحية الجديدة .

نستخلص مما تقدم أننا نجد في أرسطو النزعات الهامة التي تميز في الواقع المنطق الرياضي المعاصر عن منطق الفلاسفة طوال العصور وهي :

(١) موضوع المنطق الصوري صور الاستنباطات ومن ثم صور القضايا التي تتألف الاستنباطات منها ، وليس شيئاً أكثر من هذا .

(٢) المنطق يجب أن يستعمل الرمز كمنهج لكي يصبح حسابا كأخته الرياضة

(٣) يجب أن يكوّن المنطق نسقاً استنباطيا Deductive system لكي يبرهن بالاستنباط قضاياه أو قوانينه .

والآن عندما نتعرض الى منطق الفلاسفة في ضوء تلك النزعات المشتركة بين أرسطو والمعاصرين فسنلاحظ فوراً أن النزعة الثالثة لم تظهر في المنطق الصوري طوال عصوره : فلا يوجد بذلك ترتيب لمسائلة وقضاياه بحيث يتوقف استنباط اللاحق منها من السابق على نحو برهاني محكم . ومن ثم لا نستطيع أن نتبين ما مدى قضاياه أو قوانينه ، وأيها أصيل وأيها مشتق بالبرهان ، وأيها سابق وأيها لاحق كما هو الأمر في اللوجستقيا . وانما ترد مسائله من غير ضابط في الترتيب، كما ترد مسائل النحو مثلا ، أي على وجه تجريبي وتعليمي فقط .

أما النزعة الثانية فمن الجلي أن رموز المنطق التقليدي ناقصة جداً لأغفالها «الثوابت» ومن ثم فلا أهمية لها لأنها لا تحيله الى حساب بسبب كونه لم يتطلع الى

---

(١) B. Russell في كتابه Principles of Mathematics اوائل الكتاب الأول منه .

النزعة الثالثة ، أي بسبب عدم محاولته أن يكون « نظرية استنباطية ».

أما النزعة الأولى فهي التي لم يتوسع فيها المنطق التقليدي لأنه قصرها منذ أرسطو على القياس وحده ، فجعل القياس هو الاستنباط الوحيد في العلوم ؛ على حين أن المنطق الجديد يتوسع في الاستنباط وقوانينه حين يتتبعه في أوسع العلوم الاستنباطية أعني الرياضيات ، وبذلك يتجاوز المنطق المعاصر حدود القياس الأرسطي الضيقة والمرتبطة بألفاظ اللغة . وبذلك تكون النزعة الأولى هي المقصود الأول في المنطق الرياضي المعاصر وتستغرق أيضا كل موضوعاته .

الفصل الثالث

المنطق وعلم النفس

(٥) النزعة المنطقية (لوجسيسم) في علم النفس .
(٦) النزعة السيكولوجية (السيكولوجسم) في المنطق .

٥

من الضروري قبل أن نعالج أصول المنطق الرياضي مباشرة أن نتوقف عند بعض أدعاءاته الهامة التي تعتبر من خصائصه المميزة له عن منطق الفلاسفة .

ومن أول هذه الإدعاءات استقلاله عن النزعة السيكولوجية : فهل لا غنى عن علم النفس في المنطق كما يبدو الأمر في منطق الفلاسفة ، أم لا موضع لعلم النفس اطلاقا في المنطق كما يبدو الأمر في اللوجستيقا ؟

لقد سبق أن أبدينا عدم رضانا عن تعريف بدأنا به لعلم المنطق لأنه ربط بينه وبين «الفكر» ، كما سبق أن أثبتنا رأي كانط في ضرورة نبذ الأعتبارات السيكولوجية عند النظر في المنطق . ونريد الآن أن نمتحن هذه المسألة عن قرب في ضوء مؤلفين مختلفين كثيرين، وسنرى عندئذ في ضوء الصلة بين هذين العلمين المتجاورين ، المنطق وعلم النفس ، أن هذه المسألة تطل علينا في الواقع بوجهين أساسيين مختلفين أحدهما ينظر الى المنطق وحده ويفرض الفهم المنطقي على الحياة السيكولوجية ، والآخر ينظر الى علم النفس وحده ويفرض الفهم السيكولوجي على مسائل المنطق .

فهل توجد حقيقة بين المنطق وعلم النفس صلات ما ؟

الواقع أننا نجد بين بعض كتب المنطق عند الفلاسفة وبين علم النفس أشتراكا في كثير من الكلمات التي هي عناوين فصول في العلمين ككلمات الادراك

Perception والتصور Concept, conception والحكم Judgement والاستدلال Reasoning واللغة وأنواع دلالاتها على المعاني . واليقين Certainty والتمييز بين الخطأ والصواب . والحدس Intuition وغير ذلك . ويتعرض كل منهما لمثل هذه الموضوعات بالقدر الذي يهمه ومن زاويته الخاصة ، وأحيانا يردد أحدهما ما يقوله الآخر . فكتاب جون ستيوارت ميل Mill في المنطق System of Logic وخاصة الأقسام الأولى منه يمكن نزعها وضمها الى أي كتاب في علم النفس من ذلك العصر الذي كتب فيه جون ستيوارت ميل .

هذا الاشتراك بين العلمين هو الذي ضلل الباحثين في العلمين زمناً طويلا بحيث ينظر علماء النفس أحيانا الى مسائلهم وخاصة مسألة دراسة الفكر وطرقه الاستنباطية وقوانينه نظرة منطقية صرفة فيتحدثون في علم النفس حديث منطقيين .

وتلك نزعة عرفت عند علماء النفس باسم النزعة المنطقية « اللوجسيسم » Logicism أي النزعة التي تدرس الجانب العقلي من سيكولوجية الأنسان في ضوء أبحاث المنطق ونتائجه .

من هؤلاء مثلا فيكتور كوزان Victor Cousin الذي درس علم النفس طويلا في السوربون أثناء القرن الماضي ، ولم تزد آراؤه فيه عن كونها منتزعة من المنطق الصوري ومنذ بدء نهضة الدراسات النفسية الحديثة كان رد الفعل قويا ضد تلك النزعة المنطقية في علم النفس كما مثلها فيكتور كوزان . فمثلا ريبو Ribot وهو أحد مؤسسي علم النفس الحديث في فرنسا نقد فيكتور كوزان والنزعة المنطقية بصفة عامة وذلك في مقدمة كتابه المسمى منطق العواطف Logique des Sentiments وكذلك فعل كل من وليم جيمس (W. James) الأمريكي أحد مؤسسي علم النفس الحديث في كتابه القيم «أصول علم النفس» Principles of Psychology الذي ظهر في آخر القرن الماضي والفيلسوف هنري بركسون Henri Bergson في كل كتبه عندما بين بقوة أن نزعة اللوجسيسم التي تحدث عنها تحت اسم آخر هو «النزعة العقلية» Intellectualisme هي التي أخرت تقدم علم النفس وحجبت عنا حقائق الوعي النفسي اللاعقلية .

تماماً Anti-intellectualistes. ولهنري بركسون صحائف خالدة في هذا النقد. فهو يرى في أحد كتبه الهامة وهو التطور الخالق Evolution Créatrice أن أكثر المسائل التي قسمت الفلاسفة فيما بينهم إنما جاءت من المبالغة في استعمال المنطق والالتجاء الى العقل المنطقي بدلا من الأدراك المباشر أو الحدسي Intuitive لحقـائق الوعي السيكولوجي . والعقل المنطقي الذي يعبر عن ذاته بالكلمات وبالتصورات العامة لا قيمة له إلا في عالم المكان والمادة الجامدة . أما إذا أردنا أن نطبقه على الحياة النفسية وعلى الإمدادت الأولية للوعي Données immédiates de la conscience فإنه يشوهها ويخرجها عن طبيعتها المتحركة الديناميكية بما يضفيه عليها من أساليبه في تناول المادة الجامدة ، ذلك لأن العقل إنما يجد مجاله الطبيعي في عالم المكان Espace : فهو مقطع Morceleuse للمكان الى أشياء متمايزة ومجمد للحركات ، وهو منطقي لأنه يستعمل التصورات العامة والكلمات الدالة عليها وروابطها المنطقية ، وكلها تناسب المكان وتقطيعه وجموده وبالجملة هو ينجح بتفوق في عالم الهندسة. فاذا استعملنا العقل ذاته في فهم حقائق الوعي النفسي ، وادراك أمداداته الأولية فأنه يلجأ من غير شك الى نفس الأساليب المكانية اذ هو يقطع الحياة الشعورية الجارية المتصلة المتداخلة الى حالات منفصلة يخرج بعضها عن بعض كانفصال الأشياء ، ثم هو يجمد التيار النفسي الجاري الى أشياء لاحياة ولا تيار فيها ، ويضع التصورات العامة وألفاظها وروابطها المنطقية وكلها تناسب أنفصال التيـار النفسي وتخارجه وتوقفه عن الحركة ، بعد أن كان منسابا متداخلا . لذلك يرى بركسون أن الحياة النفسية لا تدرك بالعقل المنطقي ، وإنما تدرك فقط ادراكا مباشرا بما يسميه «الحدس» Intuition الذي يساوق التيار النفسي وحركته وتداخله واتصاله كما تدرك الغريزة عند الحيوان أدراكا مباشرا موضوعاتها وأفعالها ، فيتحد الحدس بما هو فريد Unique ومتصل وحقيقي في التيار النفسي .

يمكننا الآن إيجاز ما تقدم بالقول بأن نزعة « اللوجيسيسم » عيب واضح في دراسة سيكولوجية الفكر أو المعرفة .

٦

لقد حرصنا على الإشارة إلى اللوجنيسم لكي نفهم على نحو أفضل الوجه الآخر للمسألة وهو الذي يهمنا أعني أثر علم النفس في المنطق .

فلقد ضلل أشتراك علمي النفس والمنطق في موضوعاتهما علماء المنطق أيضاً حين جعلهم يلتجئون دائما في دراساتهم المنطقية الى علم النفس بحيث يبدو المنطق بدون مبالغة فصلا متمما لذلك العلم . وهذا ما يعيبه مناطقة آخرون من أمثال لويس كوتوراه Louis Couturat وبرتراند راسل B. Russell وهو سيرل Husserl في الدراسات المنطقية .

وهذا الأخير هو الذي وضع لفظ «سيكولوجسم» Psychologism ليدل به على النزعة السيكولوجية في معالجة مسائل المنطق مع العيب أو القدح فيها في آن واحد باعتبارها نزعة غير مرغوب فيها في المنطق ؛ لأنها تبالغ في أهمية الفهم السيكولوجي للأشياء وفي النظر من خلاله الى فهم حقائق المنطق وغير المنطق .

ونحن نقرأ في «قاموس الفلسفة» لمؤلفه «داجوبرت رونز Dagobert Runes التعريف الآتي للسيكولوجسم : « هي نزعة فلاسفة من أمثال هيوم وميل ووليم جيمس ، يطرقون المسائل الفلسفية سواء أكانت خلقية أم منطقية أم جمالية أم ميتافيزيقية من وجهة نظر علم النفس . ويتضمن لفظ سيكولوجسم عند هوسيرل وغيره من مؤلفي الألمان أستهجانا للمبالغة في النظر الى الأشياء من الناحية السيكولوجية مع

إهمال الناحية المنطقية والأبستمولوجية ».

وإذن فإذا كانت نزعـة اللوجسيسم عيباً في علم النفس فإن نزعـة السيكولوجسم عيب في المنطق أيضاً ؛ ثم أنها فوق هذا كما يتضح من كلام داجوبرت ريونز عيب يتجاوز حدود المنطق ويمتد حتى يشمل مسائل الفلسفة كلها .

والواقع أن الناظر في تاريخ الفلسفة الحديثة لا يسعه إلا الإندهاش من طغيان النظرة السيكولوجية على المذاهب الفلسفية الحديثة بحيث تبدو المسائل الفلسفية مثارة ومعروضة في ضوء القوى أو العمليات النفسية وأحياناً كثيرة بنفس اصطلاحات علم النفس ، ومرجع هذا ولا شك الأنقلاب الديكارتي الذي نقل الفلسفة من النظر في الوجود الى النظر في الفكر : واتخاذ يقين التجربة النفسية المصاحبة لمبدأ «أنا أفكر» أساساً لكل يقين آخر حتى اليقين المنطقي . ويمكن أن نرجع بالسيكولوجيسم الى بروتاجوراس Protagoras السفسطائي اليوناني القديم الذي كان يقول «أن الانسان مقياس كل شيء .وهو يعني أنه لا توجد حقيقة موضوعية منفصلة عن الأنسان وعن طبيعته الفكرية الخاصة ؛ فما يراه فرد حقا فهو كذلك ، فتكون الحقيقة بذلك فردية وذاتية . ولا يجهل أحد رد أفلاطون على مثل هذه السيكولوجيسم حين يقول في محاورته تيتيتوس Théetète : « إذا أخذنا برأي بروتاغوراس فسيصبح حديث المجنون ضوابا وحقا كحديث العاقل سواء بسواء ».

ولقد تأثرت الفلسفة الحديثة كلها بموقف ديكارت السيكولوجي حيال المسائل الفلسفية بحيث نجد نزعة السيكولوجيسم عند فلاسفة كثيرين من بعده : فلوك وباركلي وهيوم وكوندياك Condillac وسبنسر Spencer وتين Taine وكلهم فلاسفة تجريبيون وغيرهم أيضا قنعوا في فهم المسـائل المنطقية الكبرى ، كتأليف الأحكام وتركيب الأستدلالات ، بعملية نفسية آلية مطردة هي التداعي أو الترابط بين الأفكار Association of Ideas ولقـد تفننوا جميعا في استقصاء قوانين تداعي الأفكار كالمشابهة والتضاد والاقتران في المكان وفي الزمان والسببية

وغير ذلك، بل حاولوا فوق هذا زيادة في التقصي أن يرتدوا بمختلف تلك القوانين الى قانون أوحد وأول تشتق منه بقيتها ويكون بالنسبة للعالم النفسي بمثابة قانون نيوتن في الجاذبية بالنسبة للعالم الطبيعي الذي يفسر الحركات تفسيراً مطرداً. فتساءلوا لم لا تسير حدود الأحكام وقضايا الأستدلالات على نفس الوتيرة فتتجاذب أو تترابط بمقتضى ظاهرة التداعي أياً كان قانونها الأوحد، فتتألف بذلك الأحكام والأستدلالات وهي أهم أبواب المنطق على وتيرة سيكولوجية آلية. يتساءل مثلا ألفريد بينيه Alfred Binet في كتابه سيكولوجية الأستدلال Psychologie du Raisonnement الصادر عام ١٩٠٦ «ما هي المقدمة الاستدلالية؟ هي حكم، أعني تداعيا للصور. ثم ما هي النتيجة التي تنتج عن المقدمة؟ هي تداع من الصور يولده تداع آخر ....»

وعلى أساس هذه النظرة الخاطئة الى المنطق كمجرد عمليات سيكولوجية آلية بحتة عارية عن تلك القوانين الصورية التي كرس المنطقيون أنفسهم للبحث عنها، تلك النظرة التي أخذ يتخلى عنها علماء النفس الحديثون أنفسهم من أمثال وليم جيمس وستاوت Staut وألفريد بينيه في كتاباته الأخيرة ومدرسة فورزبورج في المانيا وغيرهم، أقول على أساس هذه النظرة الخاطئة يبدو الفكر والتفكير المنطقي كذرات Atoms من الصور الحسية Images تتجاذب فيمـــا بينها بمقتضى ظاهرة التداعي العرضية البحتة دون أدنى إلتزام بقوانين المنطق الملزمة الضرورية، وهذا ما عرف في تاريخ علم النفس الحديث بالذرية السيكولوجية Psychological Atomism التي نُبذت تماماً في علمي النفس والمنطق.

وتظهر النزعة السيكولوجية في صورة أخرى في بعض فلسفات الربع الأول من هذا القرن: في الهيومانزم Humanism عند شيلر Schiller، والبراجماتزم Pragmatism عند وليم جيمس James، والكونفنشنزم Conventionism عند بوانكاريه Poincaré، وغيرهم، وكلها فلسفات لا تعتقد في حقيقة قائمة في ذاتها ومجردة عن الأنسان، وإنما ترى الصدق والكذب المنطقيين يتوقفان أولا وآخرا على طبيعة الأنسان وعمله» فهي مذاهب تقرب كثيرا من سيكولوجسم بروتاغوراس.

يتضح مما تقدم أن اشتراكا ما قام بين موضوعات علمي النفس والمنطق عند الفلاسفة وأن هؤلاء عندما يعالجون الواحد أو الآخر يقعون في أخطاء ومساوىء اللوجسيسم أو السيكولوجسم .

ويحق لنا أن نتساءل الآن كيف يمكن التمييز بين العلمين ؟

(ا) يميز بعضهم العلمين على الوجه الآتي :

المنطق شيء مجرد Abstract وصوري Formal بينما ينصب علم النفس على شيء مشخص Concrete فالحياة الفكرية بحذافيرها وفي وجودها المشخص هي موضوع لعلم النفس . فاذا ما جردناها عن محتوياتها Contents فنحن في مجال المنطق .

وهذه وجهة نظر تؤخذ من عبارة لكانط سبق أن أثبتناها [١] ويقول فيها إن تحدد موضوع المنطق هو الذي « يضطره الى التجرد عن كل موضوعات المعرفة والفروق بينها ، فلا يبقى أمام العقل إلا أن يتناول ذاته وصورته »، وهنا يوحي كانط بارتباط المنطق بالفكر حيث يصبح المنطق صور العقل وقوانينه مع استبعاد مادته البسيكولوجية (وذلك رغم أنه قرر صراحة قبل ذلك بأن المنطق إنما هو فقط أستعراض وبرهان القواعد الصورية أي قوانين الاستنباط [٢] . غير أن وجهة النظر هذه التي تميز بين المنطق وعلم النفس على هذا النحو شائعة في الكتب الطلابية لسهولة الأخذ بها .

لكن مثل هذا التمييز الذي ذهب اليه كانط وغيره بين علم النفس والمنطق لا يستطيع أن يفسر لنا الفرق بين الصدق والكذب المنطقيين ، لأن الفكر الحي المشخص يمتزج فيه الصدق والكذب فلا بد من أختلاطهما أيضاً في صورته التي هي موضوع المنطق .

---

(١) انظر الفصل الاول ، الفقرة (١) ، وكذلك اول مقدمة الطبعة الثانية لنقد العقل الخالص لكانط .

(٢) هذا التصور للمنطق كعلم يستعرض ويبرهن قوانين الأستنباط وحسب هو بالضبط التصور الذي يتفق واللوجستيقا حيث ان اللوجستيقا لا يرى أن تلك القوانين قوانين عقل ولا معبرة عن عقل وأنما هي فقط قوانين علم هو المنطق .

(ب) هناك تمييز آخر بين علمي النفس والمنطق يقول إن علم النفس يدرس الفكر كما هو في الواقع ، أما المنطق فيدرسه من حيث ما يجب أن يكون عليه ، أي على أساس معياري .

وهذا تمييز يقرر فارقا بين الواقع والمعيار ومن ثم فاستنباط المنطق من علم النفس مستحيل كاستحالة استنباط الأخلاق من مشاهدة سلوك الناس . نجـــد مثل هذا المذهب عند كانط أيضاً ، وكذلك عند وليم هاملتون Hamilton .

هناك اعتراضات جوهرية على مثل هذا التمييز ، منها ما ذكرناه آنفاً بصدد تصور المنطق كعلم معياري. ونذكر الآن أن الفيلسوفين لبس Lipps وشيلر Schiller يريان أن كل فكر واقعي حي يريد أن يصل إلى معرفة حقيقية يتضمن حتما المنطق ، فالمنطق ليس معياراً وأنما هو متضمن في تطبيق بعض العمليات النفسية . بعبارة أخرى الفصل بين السيكولوجسم واللوجسيسم على أساس الواقع والمعيار أمر مرفوض لأن الفكر وعملياته المختلفة حين يستنبط الحقائق إنما هو فكر يتضمن المنطق قطعاً .

(ج) يميز أندريه لالاند Lalande المنطق عن علم النفس فيقول إن علم النفس يدرس سير التفكير ووظائفه، أما المنطق فموضوعه نتائج (Resultats) التفكير . ولكن يبدو أن هذا التمييز غامض وغير كاف لأن المنطق يصبح حينئذ جزءا ضئيلا ملحقا بعلم النفس من حيث أن نتائج التفكير جزء يسير وأخير من سير تفكير قد يطول وقد يكون على غير هدى ومتخبطا، ثم من جهة أخرى كيف يمكن فصل النتائج عما أدى الى النتائج ؟

(د) أما هوسيرل Husserl فهو يعطي في كتابه أبحاث في المنطق Recherches Logiques ثلاثة أدلة على استقلال العلمين :

الأول : إذا كان المنطق متوقفا على علم النفس فإن قوانينه تصبح غامضة مثل قوانين هذا الأخير . وليس الأمر كذلك فان قوانين المنطق واضحة ومضبوطة .

الثاني : إذا توقف المنطق على علم النفس فإن قوانينه تكون مستمدة من

التجربة . بيد أن الأمر ليس كذلك لأن قوانين المنطق يقينية قبل التجربة .

الثالث : إن قوانين المنطق لا تشير أبداً إلى عمليات نفسية من أي نوع كان، ويمكن الجهل التام بعلم النفس مع معرفة تامة بالمنطق .فالتفسير النفسي للمنطق (السيكولوجسم) لا يقدم جديدا ولا يلقي ضوءاً على اليقين المنطقي .

مثل تلك الأدلة قد تقطع كل صلة بين العلمين ولكنها لا تقول لنا لماذا يتميز أحدهما عن الآخر إذا اختلط علينا الأمر بينهما . فهل يمكننا أن نلتمس هذا التمييز في نوع وطبيعة القوانين التي يبحث عنها كل واحد منهما ؟

هنا يقول جويلو Goblot في كتابه في المنطق Traité de logique أن علم النفس من قبيل العلوم الطبيعية أي ينحو نحو كشف قوانين أو علاقات سببية بين الظواهر النفسية ، فهو حين ينظر الى التعقل كنشاط معين يجري في الزمن أي كعملية متلبسة بالزمن ، فأنه يتساءل حينئذ كيف أن واقعة من تلك العمليات انما تحدد ظهورها واقعة أخرى سبقتها ، أي يرى أن هناك حتمية بين الوقائع العقلية بحيث يبدو بعضها معلولات لعلل سابقة. وبدون ذلك التصور الحتمي للظواهر العقلية لا يتأسس علم النفس على غرار العلوم الطبيعية .

وفي مقابل تلك العلاقة العلية ، أو الضرورة السببية (Nécessité Causale) بين الظواهر النفسية التي هي موضع بحث علم النفس ، يضع جوبلو الضرورة المنطقية Nécessité logique المفارقة للزمن وغير المتلبسة به ، يضعها كشيء يميز المنطق عن علم النفس ، وهو يعني بالضرورة المنطقية اللزوم المنطقي كلزوم النتيجة عن المقدمة ، أو كلزوم الجزئية عن الكلية مثلا . فذلك اللزوم إنما معناه أنه اذا كانت المقدمة صادقة فالنتيجة كذلك . هذا التلازم بين قضيتين انما هو تلازم في الصدق والكذب فحسب ، وهو عار عن الزمن لأنه لو فرضنا أن الزمن غير موجود وأن العقل نفسه غير موجود كذلك فإن ذلك التلازم بين المقدمة والنتيجة يظل قائما في نفسه خارج الزمن والعقل معاً ، فهو « ضرورة منطقية » في حين أن العلاقة العلية التي يدرسها علم النفس تقتضي أن يوجد سابق ولاحق في الزمن كما تفرض

وجود العمليات الفكرية نفسها كشيء تقوم بينه تلك العلاقات .

هنا نلمس حقيقة فارقاً أساسياً يميز بين العلمين : فعلم النفس يبحث عن قوانين سببية أما المنطق فعن علاقات لزوم صدق أو كذب بين مقدمة ونتيجة .

هناك كلمة مشهورة لبرتراند راسل مؤسس اللوجستيقا ، تأثر فيها بفلسفة جودفروا ليبنتز Leibniz الأب الأول لهذا العلم ، أجمل فيها الفارق بين المنطق وعلم النفس بما يضيء موقف جوبلو الذي كنا بصدده ، ومؤداها أن الحقائق المنطقية تظل قائمة حتى ولو لم يوجد هذا العالم ولا العقل المفكر ، ويضيف أنه يعني بذلك أنها توجد في كل «العوالم الممكنة» على حد تعبير ليبنتز. أما علم النفس فلا بد له من هذا العالم بالذات ومن العقل الأنساني أيضاً .

مثل هذا التمييز يصبح أكثر وضوحاً وتأكيداً عندما نبين فيما بعد بدرجة كافية فكرة طالما رددناها وهي أن اللوجستيقا نسق استنباطي أو نظرية اكسيوماتيكية وحسب ، أي نظرية كالجبر أو الهندسة تتسلسل قضاياها على نحو ضروري ابتداء من قضايا أخرى نسلم بها في بداية النسق . وهنا نجد التعبير الكامل « للوجسيسم الخالصة من كل شائبة من شوائب السيكولوجسم عند مؤلف كبرتراند راسل . ولذلك قال أن حقائق المنطق تظل قائمة حتى ولو لم يكن هناك فكر أو عقل ولا أيضاً عالم واقعي إذ تظل قائمة حينئذ في عوالم ممكنة كتلازم بين قضايا بعضها ابتدائية وبعضها الآخر مشتق منها .

من هذا نرى أن خاصية هامة جدا من خصائص اللوجستيقا تكمن في أنهعلم عار بالمرة عن نزعة السيكولوجسم وعيوبها لأنه لا يفترض أدنى معرفة سيكولوجية ، أو حتى مجرد افتراض وجود عقل أو انسان .

الفصل الرابع

المنطق والميتافيزيقا

(٧) رفض أدعاء أستقلال المنطق عن الميتافيزيقا ، وبيان كيف أن المنطق جوهر الميتافيزيقا : الجدل الأفلاطوني ، نظرية الفيض عند ابن سينا ؛ المدرسيون .

(٨) منطق الأستقراء .

(٩) المنطق الترنسندنتالي عند كانط .

(١٠) الجدل عند هيجل .

٧

كما أكد المنطق الرياضي استقلاله عن علم النفس فإنه يؤكد استقلاله عن الفلسفة أيضاً ، وهذه خاصية من خواصه المميزة له ؛ وأدعاء يحتم أن نتوقف الآن عند فحصه .

ولقد سبق كانط الوضعيين بأكثر من قرن إلى القول بضرورة استبعاد كل نظرات ميتافيزيقية من المنطق الصوري ، وذلك قبل أن يصبح المنطق بحق عند هؤلاء الأخيرين نظرية رياضية بحتة .

وهكذا يبدو أن المنطق الذي هو لباب التفكير الميتافيزيقي قد استقل عنه أخيراً ، كما استقل عنه في الوقت عينه علم الأخلاق الذي أصبح علم العادات Science de Mœurs عند الاجتماعيين كما رأينا ، ثم علم النفس الذي نحا منحى العلوم التي تدرس الظواهر فحسب وتخلى عن افتراضات ميتافيزيقية مثل فكرة النفس ، يقول هوفدنج Hœffding في كلمة مشهورة له « أننا ندرس الآن علم النفس بلا نفس » .

وهكذا يبدو أيضاً أن الفلسفة — على الأقل في بعض الدوائر فقط — قد تجزأت وتفتت بذلك إلى علوم مختلفة متخصصة ، وهذا ما يعتبره المنطقي الرياضي الفرنسي نيكود في كتابه الهندسة في عالم الحس (١٩٠٦) تقدماً في الفلسفة ذاتها حيث يقول « أن الفلسفة لن تتقدم إلا عندما تصبح أكثر تجزءاً على غرار العلوم ». [١]

---

(١) Jean Nicod في La Géométrie dans le Monde Sensible ص ٥٩ .

ونحن عندما نقرأ منطق راسل نجد أنه يفترض كنقطة بدء موقفا ميتافيزيقيا من تقاليد الفلسفة الأنجليزية ، أبلاه النقد : هو الموقف التجريبي ، ذلك لأن القضايا البسيطة (الذرية) التي يبدأ منها راسل في منطقه يعتبرها «صادقة» لأنها معبرة عن تجارب أيجابية أي وقائع [1] . فهل حقيقة كل تجربة أو واقعة هي صادقة ؟ وهل لا توجد تجارب ايجابية ولكنها باطلة مثل ظواهر خداع البصر أو قضية شروق الشمس كل يوم التي بين كوبرنيقوس خطأها حين قرر أن الأرض هي التي تدور وبالتالي تشرق على الشمس؟ أن التجريبية الجذرية Radical Empiricism ومعها «الوضعية المنطقية» Logical Positivism ومـا اليهما من مذاهب ممـا يدعو اليه تلاميذ راسل أو على وجه أصح أنصار منطقه الرياضي تبطن كل عيوب المذهب التجريبي المعروف منذ القرن السابع عشر .

لذلك ولغير ذلك من الأسباب فأن المنطق الرياضي لا يمكن أن يعتبر مستقلا عن الميتافيزيقا كما يريد أنصاره ، شأنه شأن المنطق دائماً لا غنى له عن أرضية ميتافيزيقية يستند اليها مهما كان الأمر.

ولكن يجب أن نؤكد منذ البداية الصلة الوثيقة الدائمة بين المنطق والفلسفة كما يجب أن ندلل عليها . فمن جهة لا يمكن إقامة منطق صوري حتى في شكله الرياضي إلا على أساس من النظرات والأفكار الميتافيزيقية وهذا مـا ستتبينه فيمـا بعد ، على الأقل عندما نتحدث عن اختيار مسلمات معينة لتأسيس نظرية منطقية دون مسلمات أخرى ، فذلك الأختيار انما تقوده وتوجهه فقط وجهة النظر الفلسفية التي يأخذ بها واضع المسلمات ، ومن ثم فهو تعبير عن الموقف الميتافيزيقي الذي يبدأ منه . فقد يقف مؤلف موقفاً ميتافيزيقياً من العالم لا يقبل فيه وسطاً بين الحقيقة والبطلان ، فأية قضية إما صادقة وإما باطلة ، فيقبل عندئذ مبدأ الثالث المرفوع كسلمة لمنطقه .

(١) انظر موقف راسل هذا في الفقرات (٢٢) و (٢٣) وكذلك (١٧) .

بينما يقف مؤلف آخر موقفا ميتافيزيقيــا فيه درجات متعــددة للحقيقة ومثلها للبطلان ، فيرفض المسلمة السابقة ويقبل عوضاً عنها مسلمة للعدد ن من المرفوعات مهما كان ن الذي لا يحده إلا موقفه الميتافيزيقي وحده. لذلك فان المنطق لا يمكن أن يقوم منفصلا عن الميتافيزيقيا أذ هو دائما يستند الى أرضية ميتافيزيقية .

من جهة أخرى يبدو لنا ان المنطق في أية صورة له ، رياضياً كان أم غير رياضي ، هو جوهر الفلسفة ولا سبيل الى التفلسف بدون منطق . وهذا قول ليس فيه أدنى مبالغة لأن كل مسألة فلسفية تثار في الفلسفة عندما نمتحنها عن قرب تصبح بالضرورة في آخر الأمر إمــا غير فلسفيــة بالمرة وإما منطقية في طبيعتها وحقيقتها وجوهرها وهذا ما يؤكده برترانــد راسل في أوائل كتابه « مقدمة في الفلسفة الرياضية ». (١)

فنحن نقبل — على عكس ادعاء اللوجستيقيين — تأثرا متبادلا لا مناص منه بين المنطق والميتافيزيقيا وهذا هو الذي نوّع الفلسفات ونوّع المنطق أيضا .

ونحن إذا بدأنا الآن من الميتافيزيقيا لنرى مدى تأثرها بالمنطق أو لنرى تأثرهما المتبادل الواحد بالآخر ، فستتكشف في الوقت عينه عن أنواع عديدة من المنطق غير الصوري وغير الرياضي عرفتها الفلسفات المتلاحقة وعبرت بها عن مدى احتجاجاتها المستمرة على المنطق الصوري الأرسطي الذي استأثر وحده باهتمام الفلسفة عبر التاريخ ، كما سنرى كذلك كيف أن المنطق هو بحق لباب الفلسفة وجوهرها وقلبها النابض .

- لنأخذ مسألة الواحد والكثير التي تبدو أنهــا المشكلة المحورية لفلسفات كبرى قديمة كفلسفات بارمنيدس وهرقليط وأفلاطون وأرسطو وأفلوطين والفارابي وابن سينا وغيرهم . لقد حاول أولئك الفلاسفة على أنحاء مختلفة التوفيق بين كثرة الموجودات ووحدة المبدأ الأول ، فحاولت فلسفاتهم أن تجيب على السؤال : كيف اذا كان الله واحداً من جميع جهاته توجد عنه الكثرة؟ أما الأديان السماوية فقدحلت

(١) B. Russell في Introduction to Mathematical Philosophy

المشكلة بفكرة الخلق الدينية وهي فكرة كان يجهلها الفكر اليوناني القديم . ولذلك فقد سلك القدماء طريق النظر المنطقي في فهم صلة الكثير بالواحد . وبينما لم ير هرقليط وبارميندس إلا جانباً واحداً من المشكلة حين رأى الأول منهما الكثرة المطلقة وحسب والثاني الوحدة المطلقة . نجد محاولات منطقية جـــادة أخرى لمواجهة هذه المشكلة في الجدل Dialectique عند أفلاطون وفي نظرية الوجود Etre وانقسامه الى مقولات عند أرسطو والآخذين عنه . وفي فكرة الصدور Emanation عند أفلوطين والأسلاميين . وكل تلك الحلول أنواع من المنطق تقوم عليها تلك الفلسفات في تفسير وفهم الوجود المتكثر وصلته بالواحد الأول بحيث إذا جردت تلك الفلسفات عن موادها وتفصيلاتهـــا فأنه يبرز من وراء ذلك كله الهيكل المنطقي في نقائه التام . فلو أخذنا فقط مثال الجدل النازل الذي فسر به أفلاطون تكثر الموجودات ابتداء من فكرة الوجود أو الخير بطريق القسمة الثنائية المبنية على الانقسام الى شيء والى نفيه . نجد أن أرسطو قد جرده عن مادته ونظر اليه بحق كقياس ناقص وبالتالي كأمر منطقي وحسب . وسبب النقص في هذا القياس كما بين أرسطو هو أنه يخلو من الحد الأوسط الذي يعطي سبب حمل الحد الأكبر على الحد الأصغر في نتيجة القياس وهذا هو الذي يثمر الاستنباط القياسي .

مثال آخر هو مثال صدور الوجود المتكثر ابتداء من الألوهة الواحدة عند الفيلسوف ابن سينا .

أن نظرية الصدور أو الفيض هذه تستند الى نوع من المنطق هو جدل بين تصورات أو قيم لحقيقة الوجود ، متباينة ومتلازمة أيضاً . قائمة في العقل الألهي والعقول المفارقة الأخرى . أنه ليس منطق صورة ولا منطق مادة، انما هو منطق انتشار للوجود ابتداء مما هو في ذاته ضروري الوجود (واجب الوجود) ومن ثم فهو مبدأ كل وجود (علة أولى) ، الى ما سواه من موجودات أقل كما لا في وجودها حتى ينتهي الى أضعفها وجوداً (ممكنات عالم الكون والفساد). ومن ثم فهو منطق أقرب الى الجدل الهيجلي، تعيشة العقول المفارقة وتستند اليه ميتافيزيقيا ابن سينا برمتها بحيث لا نرى لها قواما اذا استقلت عن هذا المنطق .

لقد أغرم العالم القديم باعتبار أن العقل أو النظام أو «اللوجوس» (Logos) هو نقطة البداية والأصل في الوجود ، وهذا بعكس موقف الكثير من الفلسفات الحديثة التي تبدأ من الفوضى أو العماء لتسير منه الى التنظيم [1] ؛ فاللوجوس في عالم الحس هو قوانين الطبيعة ، وعند الانسان هو المنطق والعقل ، وفي ما بعد الطبيعة هو النظام أو العقل أو الله . ومن ثم قال أرسطو ان الله هو العقل بالفعل المحض ، ولكن توجد دونه عقول أخرى تسير الافلاك المتحركة وتنتهي بالعقل الفعال الذي يخرج عقل الانسان في حالة المعرفة من القوة الى الفعل .

وعن هذا التصور أخذ ابن سينا . والمسألة الآن كيف صدرت الموجودات الكثيرة عن ذلك العقل الأول في بساطته ووحدانيته ؟ هنا يظهر الجدل السينائي كجدل في العقل الالهي وما دونه من عقول بمقتضاه ينتشر الوجود (أي يصدر) على أساس معقولات منطقية لتلك العقول ، بينها اختلاف كما بينها تلازم ، مثل (ا) واجب الوجود لذاته الذي هو مبدأ لكل ما عداه ثم (ب) واجب الوجود بغيره ، ثم (ج) ممكن الوجود في ذاته :

ــ فواجب الوجود لذاته (الله) هو عند ابن سينا عقل فوق العقول ومن حيث هو عقل له معقولات ، ومن معقولاته أنه مبدأ لكل ما عداه (علة أولى) وهذا ما يسميه ابن سينا «عقله لمبدأيته» . هذا ولما كان كل ما يعقله الله سبحانه وتعالى فهو موجود بالضرورة أي فائض عنه وجوبا ، وذلك بسبب كون عقله هو عين ارادته فإنه ينتج عن تعقله لمبدأيته أن يفيض عنه أول وجود وأقربه اليه في كمالاته وهو ما يسميه العقل الأول (كما كان يسميه أفلوطين الذي ترجع اليه نظرية الصدور أصلا ، الابن أو الأقنوم الأول) وبذلك لم يصدر عن الواحد إلا واحد .

---

(١) ايكارت Ekart يبدأ من الظلام كأساس الوجود ، وكالظلام يبدأ من الاحساسات المشوشة المضطربة والتي ينظمها العقل وحده بقوانينه في صورة معرفة . وثيتشه يبدأ من الارادة العمياء . وبركسون يبدأ من الحياة البيولوجية بكل ما تبطنه من تيارات متضاربة متداخلة كالغريزة والعقل. وفرويد يبدأ من الطاقة أو الغريزة الجنسية كأساس لافعال الانسان كلها. واصحاب مذهب التطور البيولوجي يبدؤون من أخس الاحياء أو من المادة الجامدة كأساس تطورت عنه كل الاحياء الراقية حتى الانسان وعقله .

فاذا تابعنا سلسلة الانبثاق الوجودي نجد أن العقل الأول الذي صدر عن الله تعالى باعتباره معلولا للألوهة فان له أيضاً معقولات ثلاثة هي في الحقيقة اعتبارات ثلاثة له بالنسبة لما أعلاه ولذاته ولما دونه. فأول اعتبار له هو أنه يعقل علته الواجبة (الالوهة) وهذا أشرف معقول له . وثاني اعتبار له هو أنه يعقل ذاته واجبة بالالوهية الواجبة أي يعقل أنه لا بد كائن ومعلول للألوهية وهذا معقول أقل شرفا من الأول. وثالث اعتبار له هو أنه يعقل ذاته ممكنة في ذاتها أي يعقل أنه في نفسه وبدون علته يستوي وجوده وعدمه وهذا أخس المعقولات شرفا. عن التعقل الاشرف صدر أشرف موجود بعده وهو العقل الثاني ، وعن التعقل الثاني والاوسط شرفا صدر موجود متوسط الشرف هو نفس الفلك الأول : وعن التعقل الثالث الأخس شرفاً صدر أخس الموجودات أي جسم الفلك الاول . وهكذا يستمر الانبثاق عن العقل الثاني بنفس الجدل حتى العقل العاشر والاخير المدبر لعالمنا الارضي .

وهكذا نرى أن نظرية الفيض التي تفسر مشكلة الكثير والواحد التي بدأنا منها في العالم القديم إذا جردناها من مادتها الميتافيزيقية التي عبرت عنها بكلمات مثل فيض ومبدأية وعقل ، فإنه يبرز من ورائها جوهرها المنطقي الصرف الذي هو تعتبر مباشر لقيم ثلاث لحقيقة الوجود المتفاوت الدرجات. فالوجود (١) إما الوجوب بذاته (الله) و (٢) إما الوجوب بغيره و (٣) إما الامكان بذاته . أن ابن سينا بهذا التقسيم يكون قد قبل منطقا ذا قيم أكثر من المنطق الثنائي القيم عند أرسطو (صادق وكاذب فقط) ويمكن إذا عالجنا القيم التي توقف عندها ابن سينا ومشتقاتها بالطرق الرمزية أن نتأدى الى نظرية منطقية متكاملة وغنية بالنتائج فوق ما كان يتصور ابن سينا ومخالفة للمنطق الأرسطي [١] .

---

(١) على سبيل المثال يمكن محاولة كالآتية لمنطق ابن سينا : لنأخذ حدين أبتدائيين هما النفي ورمزه – ثم الوجوب ورمزه ÷ فنحصل على القيم الخمس الآتية لمنطق ابن سينا بالنسبة للقضية ن :

ن « ن صادقة »

– ن « ن كاذبة »

÷ ن « ن واجبة »

– ÷ ن « أنه من الكذب ان تكون ن واجبة » أو بعبارة أخرى « ن ممكنة »

لم يقدم التاريخ المنطق دائماً في صورة جدل كما رأينا اذ المنطق منذ العصور الوسطى وحتى في بداية العصر الحديث ليس إلا مجموعة من المقولات (Categories) والقواعد القياسة انحدرت من أرسطو . ونحن نجد في الكتابين الأرسطيين السابقين على كتابي التحليلات (المعبرين عن منطق أرسطو كما رأينا) وأعني بهما «المقولات و «العبارة» نجد الأسس الحقيقية للميتافيزيقيا عند المدرسين (Scholastics) بحيث إذا أسقط هذا المنطق من الأعتبار لم يعد لهذه الفلسفات وجود .

لقد اتخذ أرسطو موضوعا للميتافيزيقيا الوجود بما هو وجود أي الذي يحمل أو يقال على كل موجود ومن ثم صنفه الى المقولات العشر: الجوهر والكم والكيف الخ ... وجعل هذه المقولات أساساً لنظرية الحكم تلك النظرية التي يرفع بها شك أفلاطون في نظريته في مشاركة المعاني، فقد إعترض أفلاطون على نظريته تلك بمثل ما يأتي : إذا قلنا : «سقراط جميل » فهنا مشاركة بين سقراط ومثال الجمال : فهل سقراط حاصل على الجمال كله أو بعضه ؟ فإن كان حاصلا على الجمال كله فكيف يوصف غيره بالجمال ؟ وإن كان حاصلا على بعضه فكيف يوصف بالجمال كله ؟ بمثل هذا أعترض أفلاطون على المشاركة وبالتالي في امكان المعرفة .

كذلك رفع أرسطو بنظريته في الحكم مزاعم الميغاريين الذين زعموا أن الحكم مستحيل لأنه يخرج الشيء الواحد عن ذاته الى ذات أخرى مما هو متناقض فلا يقال عندهم : الفرس أبيض ، وإنما فقط الفرس هو الفرس والأبيض هو الأبيض. بعبارة أخرى الحكم باطل لأنه يتعدى مبدأ الهوية (Law of Identity)

نتساءل الآن لماذا قسم أرسطو الوجود الى حلقات منطقية كبرى هي المقولات؟ هو أراد أن يحصر كل ما يمتلىء به العالم من موجودات عن طريق معانيها أو

÷ — ن «أنه من الواجب أن تكون ن كاذبة » أو بعبارة أخرى « ن مستحيلة »

وبواسطة هذه القيم الخمس يمكن أن نعرف علاقات كثيرة بين القضايا في هذا المنطق كما يمكن أن نشتق بالتعريف قيما أخرى .

صورها في حلقات أو أنواع منطقية كبرى ، كل نوع منها يحصر طائفة كبيرة من الموجودات أو من مفهوماتها الذهنية . فالجوهر يحصر كل الأنواع أو الماهيات النوعية ، والكم كل الأبعاد والمقادير ، والكيف كل الصفات . فيستطيع أن يتبين الذهن سعة كل حلقة أو نوع ، فيتبين تبعاً لهذا امكان اندراجهـــا بعضها تحت بعض أو تداخل بعضها في بعض ، فيصبح الحكم ممكنا والقضية مفسرة على عكس ما اعترض به افلاطون والميغاريون ، لأن الحكم هو اندراج الموضوع في محمول ، أو تداخل حلقة ضيقة هي الموضوع في أخرى أوسع هي المحمول ، فينتج عن هذا تأليف لكثرة الموجودات في وحدات أعلى ، ويحدث إرجاع للكثرة إلى وحدات أعلى فأعلى حتى الأنتهاء الى فكرة الوجود وهي أعم الافكار .

وفي الواقع أن نظرية أرسطو في المقولات هي حله لمسألة الواحد والكثير التي بدأنا منها هنا . ولكن في الواقع أيضا قد تأثر أرسطو بعلم الاحياء في نظرته المنطقية الى الوجود ، فكما أن الاحياء تنقسم الى فصائل وأنواع وأجناس تندرج بعضها تحت بعض فكذلك فهم العالم من وجهة نظره ؛ فهو عبارة عن تسلسل من أجناس وأنواع وفصائل وعلى أساس هذا يقوم الاستنباط عند أرسطو الذي حصره في القياس وحده لانه هو الذي يعبر عن تسلسل الأجناس والأنواع وتداخلها بعضها في بعض لأن القياس وحده هو الذي يقوم على القضية الحملية .

فمنطق القياس كله انطواء معان بعضها تحت بعض ، وهذا هو الذي يفسر العالم عنـــد أرسطو ككل متنـــاسق ومعقول يتسلسل من الوحدة الى الكثرة ويذكرنا بالجدل النازل عند أفلاطون ولكنه يختلف عنه في نقطة جوهرية هي التي جعلت أرسطو يعتبر الجدل الأفلاطوني الثنائي القسمة قياسا ضعيفاً لخلوه من الحد الاوسط ذلك الحد الذي يسمح في القياس الأرسطي بتداخل حلقة في أخرى وبذلك يعطي علة أو سببا لانتاج نتيجة القياس .

نخلص من هذا الى أن منطق أرسطو في كتابيه المقولات والعبارة الذي يعكس نظرته البيولوجية للعالم هو في الوقت نفسه أساس الميتافيزيقا المدرسية جملة التي تبين أن العالم نسق مترابط معقول ترد فيه الكثرة الى وحدة أعلى فأعلى حتى يصل الى فكرة الوجود ، كما تصدر عنها كذلك في ترتيب منطقي محكم أساسه المقولات والأقيسة التي تعطينا علة ادعاء هذا الترتيب .

٨

لكن نظرية المقولات والقياس عند المدرسيين لا تستوعب المنطق في تاريخه الطويل ، فمنذ القرن السادس عشر ظهرت احتجاجات قوية على هذه النظرية ، نبذ مفكرون تقاليد أرسطو القياسية. ووسعوا المنطق وموضوعه. وكان أول توسع مجدٍ وهو الإلتفات الى المنهج الاستقرائي عند بيكون وجاليليو . والأول منهما ألتفت اليه على نحو نظري وأيضاً خاطىء بعض الأحيان، لأنه لم يمارس العلم التجريبي ، بينما الآخر على نحو علمي سليم لأنه مارس العلوم التجريبية .

لقد فطن بيكون الى أهمية التجربة في المعرفة العلمية وقال إن التجربة التلقائية لا تكفي الصناع فضلا عن العلماء فلا بد أن يستعاض عنها « بعلم التجربة ».

- ولم يجهل أرسطو هذا العلم في ما أسماه الأستقراء بالأحصاء (الأستقراء التام) ولكن هذا الأستقراء ليس إلا حصراً للحالات «الإيجابية» وهي التي تكون فيها الظاهرة المشاهدة حاضرة ، دائما لا تتخلف ، وهذا يسميه بيكون الآن « جدول الحضور». ولكن هناك حالات سالبة لم يتنبه إليها أرسطو وهي التي تكون فيها الظاهرة غائبة رغم حضور عين الظروف المحيطة بها ، وهذا ما يسميه بيكون في علمه الاستقرائي جدول «التخلف» ، ثم أن هناك أيضاً حالات فيها تتغير الظاهرة المشاهدة تبعا لتغير ظاهرة أخرى مصاحبة لها وهذا ما يسميه بيكون جدول « الدرجات » .

إن علم التجربة أو منطق الأستقراء هذا، الذي لم يتغير إلا قليلا عند خلفاء بيكون في أنجلترا من ويول Whewell الى جون ستيوارت ميل Mill ، يبطن مسألة هامة هي مسألة «اليقين» الذي تتضمنه التجربة. ومهما بحثنا عن أساس لهذا اليقين في عالم التجربة نفسه فلن نعثر عليه أبدا بقدر ما نعثر على مبررات له في النظر الميتافيزيقي وحده . ومن ثم فحتى في منطق الأستقراء نحن لا نستطيع أن ندير ظهورنا الى الفلسفة كما أراد كانط بالنسبة الى المنطق الصوري ، وكما ادعى اللوجستيقيون بالنسبة للوجستيقا . ومن ثم فنحن هنا ندحض مرة أخرى الرأي الذي يزعم امكان الفصل بين المنطق والفلسفة .

لنأخذ سؤالا تجريبيا كالآتي : هل ستطلع علينا الشمس غداً ؟ إن الشعور الطبيعي بصدد هذه القضية التجريبية يميل بنا الى القول بطلوعها غداً لأنها طلعت علينا في كل تجاربنا الماضية . لكن التجربة وحدها مهما كانت قواعد اجرائها التي ذكرها بيكون وخلفاؤه لا تضمن أدنى ضرورة أو وجوب . والواقع أدرك هذا فلاسفة كثيرون : فديكارت لم يجد ضرورة ملزمة إلا في الاستنباط الرياضي ، أما عالم التجربة فلا يمسك وجوده وانتظامه إلا « خلق مستمر » (على حد تعبيره) من قبل الله . فإله ديكارت في أشد مشغولية بهذا الخلق المستمر . كذلك رأى هيوم (Hume) أن الضرورة مجرد عادة نفسية قوية فقط . لذلك أنا لست واثقا أن هذا السبب أي التجربة الماضية يكفي لتبرير طلوع الشمس غداً .

لكنني أفرض الآن أنه سبب كاف فيبرز السؤال : ما هو الأساس المنطقي لتلك التجربة الذي يجعلنا ننتقل من طلوع الشمس سابقاً الى طلوعها غدا ؟ لقد أجاب جون ستيوارت ميل أكبر الذين أسهموا في تقدم المنطق الأستقرائي بأن مثل هذا الانتقال الأستقرائي من أحداث الماضي المجربة الى أحداث المستقبل التي لم تجرب بعد يعتمد على قانون العلية (Law of Causality) فهو القانون الذي تسير بمقتضاه الطبيعة ولا تنحرف عنه . لنفترض الآن صدق رأي ميل فنتساءل أيضاً ولم نعتقد بقانون العلية نفسه ؟ وعند هذا الحد تنتقل المشكلة من التجربة الى فكرة من أفكار العقل تكوّن مسألة ميتافيزيقية كبرى . وتبدو الأجابات الممكنة في تاريخ

الفلسفة محصورة في ثلاث أو أربع إجابات محتملة بشأن يقيننا في العلية :

الأولى تحاول أن تتخذ اسماً آخر للعلية كحل لها وكأنها تخطت بذلك عقبة ما زالت قائمة .

الثانية تقول أن العلية قانون قبلي (A priori) في الذهن أي سابق على التجربة ومفروض عليها لينظمها في قوانين علمية .

الثالثة أن العلية مسلمة نسلم بها عمليا لفائدتها

الرابعة أنها مكتسبة من تجاربنا السابقة .

أما النظرية الأولى فتقول إن في الطبيعة اطرادا في قوانينها Uniformity of laws of nature وأن العالم الطبيعي تحكمه حتمية Determinism وإلا لما بحث العلماء عن قوانين في الطبيعة . وهذا الموقف لا يقدم طبعا حلا لمشكلة العلية لأن «الأعتقاد» باطراد قوانين الطبيعة وبالحتمية الطبيعية لا يزيد عن مجرد «الأعتقاد» بأن هناك علية في الطبيعة، وهو الأمر الذي يحتاج برهانا ولذلك فلا يقدم هذا الموقف حلا .

أما النظرية القائلة بأن العلية قبلية في الذهن ومن ثم تجيء ضرورتها وكليتها والتي ترجع الى كانط فهي نظرية لا يمكن رفضها كلية لأنها تجنبنا الوقوع في مساوىء المذهب التجريبي الذي يزعم أنها مستمدة من التجربة ، مع أنها هي التي تنظم التجربة وتفرض عليها لكي نتمثلها . فنظرية كانط إذن لا يمكن رفضها بسهولة، ولكن يمكن مع ذلك أن تجرح فيبدو ضعفها. فعندما نصوغ قانون العلية صياغة دقيقة في ضوء الممـــارسة العلمية نجد أن فكرة العلية معقدة وغريبة الى حد ما عن أذهاننا بحيث ندهش كيف تكون قبلية . فهذا القانون يقول « لكل معلول علة » وبهذا يبدو أنه قبلي ؛ لكن عندما نلجأ الى علم كالكيمياء مثلا فننظر في قانون بقاء المادة أو القوة أو في قانون تركيب الماء الذي يقول أن ذرتين مـــن الأيدروجين إذا اتحدتا بذرة من الأكسيجين يتكون جزئي من الماء، نلاحظ عندئذ أن سبق العلة على المعلول الذي يتضح من الصياغة السابقة للعلية غير متحقق تماماً كما أن بقاء العلة دائما علة والمعلول معلولا أيضا أمر غير قائم ذلك لأننا نستطيع أن نبدأ من جزئي الماء فنذهب منه بالتحليل الى مكوناته وبهذا لا تكون العلة دائما علة ، ولا

تكون سابقة على المعلول، فكل منهما يتبادل موضع الآخر . وإذن فالممارسة الفعلية في العلم لفكرة العلية تجعل هذه الفكرة معقدة وغريبة عن الذهن بحيث ندهش كيف تكون قبلية فيه كما يريد كانط .

أما النظرية القائلة بأن العلية مسلمة (Postulate) أو فرض أثبت العمل فائدته فنقبلها دون برهان كدعامة لقضايا أخرى كقوانين العلم فهي أيضـــا نظرية لا يمكن أبطالها كلية ولكنها لا تستطيع أن تبرر استعمال العلية كأساس للاستنباط اليقيني بأن الشمس ستطلع غداً لأن المسلمة تفسح المجال لقبول مسلمات أخرى تناقضها . ففي المثال السابق الخاص بتركيب الماء من الاكسجين والايدروجين أو العكس بالعكس ، نجد أن الفكرة الأساسية هي فكرة « المساواة » بين طرفي المعادلة فاذا قبلنا فكرة المساواة وجعلناها مسلمة تصبح فكرة العلية كسابق ولاحق غير ذات موضوع، لذلك لا يمكن القول بأن العلية هي وحدها مسلمة عملية مفيدة كما يرى البرجماتيون .

هناك النظرية الأخيرة التي تقول أن العلية مكتسبة من تجاربنا بمعنى أن القانون الأعلى والأوحد الذي ينظم تجاربنا ويضع الضرورة فيها إنما هو مستمد منها وهذا بالطبع مستحيل ويأخذ به التجريبيون الأنجليز من شيوم الى ستيوارت ميل . وهذا الأخير يقول إننا نعتقد بقانون العلية نتيجة لعملية منطقية تسمى « الأستقراء بالأحصاء » وهي عملية بمقتضاها ننسب صفة الحقيقة العامة والكلية الى أية قضية تثبت لدينا في كل حالة جزئية نصادفها في تجاربنا . فصفة العموم هذه ليست إلا تلخيصاً لإحصاء الجزئيات . ويعترف ميل بأن قيمة هذه العملية تتناسب تناسبا عكسيا مع صفة العموم فكلما كان التعميم متسعا بحيث يفوق عدد التجارب كانت الثقة أقل . هذا وأعم الحقائق كالعلية ذاتها وكبديهيات الهندسة والأعداد إنما نعتقد بها وبضرورتها على أساس هذه الطريقة وحدها ولا سبيل الى إثباتها على على نحو آخر فكلها وليدة هذا التعميم الذي يفوق عدد الجزئيات المحصاة . ولكن هذا الرأي ليس حاسما لأن الاحصاء لا يمكن أن يكون كاملا إلا في أندر الأحيان فكيف يؤدي الى حقائق يقينية كل اليقين مثل العلية ؟

ومع ذلك إذا أُريد أن يُجعل الأستقراء عملية ذات خطر يجب أن نتصوره على نحو آخر وذلك بالألتجاء الى فكرة منطقية صرفة كفكرة الأحتمال (Probability) فنقول مثلا إن الإحصاء يؤدي الى نتيجة محتملة فقط كما نقول عن العلية مثلا بما أنها تثبت في كل الحالات التي جربناها فمن «المحتمل» ثبوتها بالنسبة للحالات التي لم نجربها بعد. كطلوع الشمس غداً مثلا. هناك صعوبات غفيرة في فكرة الاحتمال ذاتها نتجاهلها الآن ولكننا قد نجد فيها — وهي الفكرة التي يعالجها المنطق الرياضي — حلا لمشكلة اعتقادنا بالعلية لأنها مبدأ منطقي صوري بحت ، أي «صادقة دائما» وهذه هي صفة كل مبادىء المنطق الصوري . فكل قضية إذا صدقت في الحالات الجزئية التي جربناها في «تحتمل» الصدق في الحالات التي لم نجربها بعد ، ولا يبطل هذا القول إذا وجدنا فعلا حالة لا تصدق فيها هذه القضية لأننا قلنا «يحتمل» فقط ، وبهذا تُرد العلية الى الاحتمال أي الى المنطق الصوري ، فتبدو لنا بذلك العلوم التجريبية (ومن خلالها منطق التجربة بالذات) حين نلتمس أساساً لليقين في قوانين العلم (أعني في منطق الأستقراء كله) تبدو أنها في جوهرها مسألة في يقين العلية ، فالمواقف الفلسفية المختلفة حيال العلية لتبرير اليقين فيها ، وحتى إحالتها الى منطق الأحتمال ، كل ذلك يؤكد الصلة التي لا تنفصم بين منطق الاستقراء والميتافيزيقا ثم بينه وبين المنطق الصوري (الاستنباط) أيضاً .

وفيما يختص بهذه الصلة بين منطق الأستقراء ومنطق الاستنباط نختم هنا برأي برتراند راسل الذي لا يدع سبيلا لقيام الاستقراء مستقلا عن الاستنباط . يقول : « مهما تكن أهمية الاستقراء كطريقة للبحث فانه فيما يبدو لا يستطيع أن ينهض وحده بالبحث . ألا يجعلنا العلم الذي يبلغ كماله أن نعتقد أنه يجب أن يكون استنباطيا بحتاً ؟ وإذا نهض الأستقراء ببحث — وهذا أمر عسير — فهو لا ينهض به إلا على اعتبار أنه مبدأ من المبادىء التي يتأدى بها الاستنباط . ومن ثم يظهر أن إدخال الطريقة الاستقرائية لا يعتبر ابتداعاً لنوع جديد من الاستدلال ... وإنما هو توسيع في ميدان الأستنباط بوسيلة أستنباطية هي بلا شك غير القياس ولا تدخل في حدود المنطق القديم ». [1]

(١) B. Russell . في كتابه المترجم إلى الفرنسية بعنوان Méthôde scientifique en Philosophie) ص ٣٢ – ٣٣

٦

ونحن نتابع مسألة الطبيعة المنطقة للميتافيزيقا لا بد أن نتوقف عند عمانويل كانط . ففلسفته التي سماها نقدية (Criticism) إنما تشير الى نقد الاستعمال غير المتكافيء للعقل النظري في العلوم النظرية ، وهي الرياضيات ومبادىء الطبيعيات من جهة ثم الميتافيزيقا من جهة أخرى .

ففي الرياضيات أقام العقل علماً يقينياً منذ أقدم عصوره عند اليونانيين كما أقام كذلك الطبيعيات عند جاليلو وتورشيللي على حد قوله . وهذا واضح للعيان كما يقول هو من تقدمهما المستمر ومن اتفاق العقول فيهما . بينما فشل العقل في الميتافيزيقا حيث الركود وعدم الاتفاق .

ونجاح الرياضيات والطبيعيات يرجع في نظره الى المنهج الذي اكتشفه العقل فيهما . ففيهما لم ينتظر العقل أن يتعلم شيئاً مما تمليه الطبيعة عليه من خارجه (وهذا رفض للمذهب التجريبي المشهور عند لوك وهيوم) كما لم يقنع بتحليل التصورات العقلية للأشياء فذلك تحليل لا يخرج العقل منه بشيء جديد (وهذا رفض للمذهب العقلي عند ليبنتز كما وصل اليه) وإنما كان على العقل كما يقول كانط أن « يعين موضوعاته » التي يريد معرفتها من جديد وينشئها طبقا لقوانينه القبلية ، فيتمثل فقط ما أقامه هو من أشكال هندسية ، وينظر في ما حدده هو من فروض علمية تجري في المعمل ، وهذا كله مع فارق أساسي هو أنه في الرياضة يكون تعيين

الموضوع الرياضي قبليا كله فلا يستمد له مادة من خارجه ، بينما في الطبيعيات يحسب العقل حساب مصدر آخر غيره هو الحس فيستمد منه مادة فرضه أو تجربته.

والدرس الذي تعلمه كانط من منهج العلم هذا هو أنه في نظرية المعرفة ، بدلاً من القول بأن العقل يدور حول الموضوعات أو الأشياء ليتعلم منها كما قالت الفلسفات ، لم لا نجعل الموضوعات أو الأشياء هي التي تدور حول العقل لتتكيف بقوانينه وتخضع لأسلوبه في فهمها عن طريق تلك التمثلات والفروض التي ينشئها العقل من عنده وطبقاً لقوانينه؟ فعندما نقبل هذا الانقلاب الذي أدخلته النظرية النقدية في المعرفة تصبح المعرفة الحقة هي الإجابة على الأسئلة التي يحددها العقل مقدما ويجبر الموضوعات أو الأشياء على الاجابة عليها في أطار قوانينه القبلية في الرياضة والطبيعة، تلك الأسئلة التي نسميها أشكالا في الهندسة مثلا وفروضا علمية في الطبيعيات . فهذه التركيبات والانشاءات الذهنية التي يفرضها العقل على العالم كمعرفة من الواضح الآن أنها هي ما يسمى عالم الظواهر Phenomena أي ما يظهر لفكرنا وهذا هو عالم المعرفة الممكنة الوحيدة لنا وهي المعرفة العلمية ، إذ لم يعد هناك سبيل الى الكلام عن الأشياء في ذاتها وهي قائمة في انفصال عن فكرنا أي ما يسمى عالم الجوهر Noumena أو الشيء القائم في ذاته (Thing-in-its-self) . ذلك العالم الذي طالما تطلعت اليه الميتافيزيقا دون جدوى هو عالم قائم في ذاته وموجود ولكننا لا نعرف عنه شيئاً . فموضوعات المعرفة الممكنة لنا وعالمنا الوحيد الذي نعرفه معرفة يقينية هي موضوعات العلوم أعني الظواهر التي نركبها في اطار المكان والزمان في حسنا ، وهي أمور تابعة للفكر ولقدرته التركيبية .

بهذا الانقلاب ضمن كانط للمعرفة العلمية التي آمن بيقينها ، الكلية والضرورة في قوانينها ، أي الثبات والبقاء في مقابل أنهيار الفلسفات ، وذلك بعد أن بدت المعرفة العلمية مزعزعة الى حد الشك في ضوء نتائج المذهب التجريبي (هيوم) كما بدت غير مجدية ولا متجددة في ضوء نتائج المذهب العقلي (ليبنتز) . وهذا ما يقودنا الى فحص مباشر لطبيعة المعرفة العلمية والى نظرية كانط في الأحكام . فالرياضيات وأصول الطبيعيات كلها كما يقول كانط أحكام « تركيبية قبلية » على عكس

موقفي هيوم وليبنتز . فهناك في رأيه ثلاثة أنواع من الحكم :

١ ـ الحكم التركيبي Synthetic Judgement ومثاله الحديد يتمدد بالحرارة؛ وهو حكم يمتاز بأن محموله يضيف جديداً الى الموضع، ولكنها اضافة بناء على التجربة وحدها، ولذلك فليست في الحكم أدنى ضرورة أو إلزام Necessity .

(٢) الحكم التحليلي (Analytic Judgement) كالجسم ممتد ويمتاز بأنه ضروري لأن فكرة الامتداد ملازمة للجسمية ولا تنفصل عنها ونصل اليها قبليا (à priori) وذلك بتحليل تصور الموضوع بدون حاجة الى التجربة؛ ولكنه حكم عقيم حيث لا يضيف معرفة جديدة للموضوع . وأحكام الميتافيزيقا كلها من هذا النوع كما يرى كانط .

(٣) الحكم التركيبي القبلي Synthetic Apriori Judgement وهو الذي يجمع بين ميزتي الحكمين السابقين : بين الضرورة البادية في الحكم التحليلي وصفة إفادة معرفة جديدة البادية في الحكم التركيبي . ويبين كانط في أمثلة محددة كيف أن أحكام الرياضيات كلها وقوانين الطبيعيات الخالصة؛ مثل قانون بقاء المادة أو قانون القصور الذاتي، كلها من هذا النوع من الأحكام .

هذا التمييز الذي يعتبر حجر الزاوية في فلسفة كانط له وظيفة هامة في رفض مذاهب سابقة . فهو يريد أن يقول للتجريبيين (لوك وهيوم) الذين حصروا المعرفة في النوع الأول) أن موقفهم يفضي الى الشك في قضايا العلم، وأن هناك أحكاما تركيبية ولكنها تمتاز بالضرورة (النوع الثالث) مما تحتاج الضرورة فيه الى تفسير غير تجريبي . كما يريد أن يقول للعقليين (ليبنتز وأتباعه) الذين حصروا المعرفة في حدود النوع الثاني فأنقذوا الضرورة المنطقية وحدها إلا أن أحكامهم التحليلية لا تضيف جديدا الى المعرفة وأن العلم إذا كانت أحكامه تحليلية على هذا النحو فانه يرد الى المنطق الصوري وحده وهو أمر مستحيل . ومن ثم فلا بد أن هناك أحكاما ضرورية تمتاز «بالتركيب» أيضاً (النوع الثالث) مما يحتاج التركيب فيها الى تفسير أيضاً .

فهنا تركيب وضرورة أجتمعا معاً في النوع الثالث مما يشهد بأن العقل الانساني قادر بطبعه على إنتاج مثل هذه الأحكام على نحو قبلي Apriori . فلا بد أن نقبل

كتفسير لقيام مثل هذه الأحكام أن للعقل قدرة أو أفعالا خالصة أو صوراً قبلية Apriori forms بمقتضاها تتكون تلك الأحكام أعني أحكام المعرفة العلمية أو الموضوعية، ذلك لأن تلك الصور التي يسميها كانط أيضا مقولات Categories هي أشبه بأطارات فارغة على حد تعبيره تحيل الأمدادات الحسية التي تصب فيها الى أحكام كلية وضرورية، نتيجة لكون الصور قبلية، وما دامت الأحكام كلية وضرورية فهي موضوعية Objective ومن ثم فان الموضوعية تأتي من كون تلك الصور قبلية في كل عقل إنساني. وبهذه الموضوعية يتحاشى كانط الذاتية Subjectivity التي تورطت فيها الفلسفة التجريبية (لوك وباركلي وهيوم)

أما كيف توصل كانط إلى تحديد وحصر تلك الصور أو المقولات وهي الأفعال التي يركب بها العقل أحكاماً تركيبية قبلية ويضمن بها موضوعية المعرفة العلمية دون الميتافيزيقية فتكفي الأشارة الى أنه اشتقها باستنباط دقيق وحصرها في أثنتي عشرة مقولة أشهرها العلية والجوهرية والهوية والتناقض.

وهنا فقط يمكننا أن نقول أن كانط قد قبل نوعين من المنطق وهما الصوري Formal والترنسندنتالي Transcendental وفي هذا التمييز أحتجاج واضح على عدم كفاية المنطق الصوري وحدة في إقامة معرفة علمية.

يسمي كانط المنطق الصوري المنطق العام وهو المعروف عند أرسطو وموضوعه صور القضايا وقواعد القياس، واعتبره كانط علما كاملا ومقفلا منذ ظهوره لأن موضوعه محدد تماماً، وقال أنه ينطبق على كل معرفة صحيحة أو خاطئة من حيث هو صوري بحت، ومن ثم تجيء صفتاه الأساسيتان وهما أنه صوري وعام[1].

لكن إذا نظرنا الى الموضوعات التي تعالجها في معارفنا والى الفروق بينها فسيحدث تصور آخر للمنطق. فمن الواضح أن هناك فارقا بين المعرفة الرياضية والطبيعية من جهة والمعرفة الميتافيزيقية من جهة أخرى. فالنوع الأول من المعرفة له يقينه بفضل نوع خاص من المنطق هو منطق المعرفة اليقينية، أي المنطق التي تتكون بمقتضاه قوانين الرياضة والطبيعة الموضوعية. وهذا المنطق المكوّن للمعرفة

(١) انظر في الفقرة (١) كلام كانط عن المنطق الصوري.

الموضوعية ليس صوريا كالمنطق الصوري لأن فيه إشارة إلى أحكام المعرفة العلمية . كما أنه ليس عاماً كالمنطق الصوري فينطبق على كل تفكير صحيح أو باطل ، وإنما هو خاص بالمعرفة العلمية وحدها . وسماه كانط المنطق الترنسندنتالي وهي كلمة تنحدر من الفلسفة المدرسية ويستعملها كانط بمعنى يشير الى نقطتين :

(١) القبلية — (٢) شرط في معرفة .

فإذا وصفنا بتلك الكلمة أية كلمة أخرى مثل كلمة منطق كان معنى عبارة « المنطق الترنسندنتالي » في فلسفة كانط « المنطق الذي هو قبلي وشرط في المعرفة ، أو «الذي هو شرط قبلي في المعرفة » . إذن هو منطق لا تقوم معرفة موضوعية بدونه ، هو منطق للمعرفة العلمية وحسب ، لا منطق قياس ، وهو يدرس صور الأحكام الموضوعية (المقولات) المكونة للمعرفة العلمية من ثلاث جهات : —

أولا من حيث أصلها ومنبعها ، فيبين أن تلك المقولات من طبيعة العقل وليست مستمدة من التجربة كما قال التجريبيون .

ثانيا من حيث مداها أو حصرها فيبين بطريق البرهان والاشتقاق بأنها تنحصر في أثنتي عشرة صورة ، أو مقولة .

ثالثا من حيث قيمتها كشرط للمعرفة فيبين أنها متضمنة بالضرورة في كل معارفنا المعتمدة على مادة «حدسية» (أي متمثلة في أطاري المكان والزمان وهما قانونا الحس عند كانط اللذان تظهر فيهما الظواهر) ، وتؤدي الى معرفة كلية وضرورية أي موضوعية ، بينما هي لا تؤدي في الميتافيزيقا إلا إلى قضايا متناقضة وبالتالي مرفوضة وذلك لأنها لا تجد مادة حدسية للشيء في ذاته ، إذ لا يظهر الشيء في ذاته » في أطاري المكان والزمان وبالتالي لا تنطبق عليه المقولات .

إن هذه النقطة هي التي تستبعد الميتافيزيقا من حصن المعرفة الموضوعية . فمقولة العلية لو طبقناها على فكرة العلة الأولى فان هذا التطبيق لا يؤدي إلا الى نقائض لأن مادة العلة الأولى غير معطاة لنا في مكان أو زمان ، ومن ثم نساق إلى قضايا

جدلية وحسب بشأن العلة الأولى فنحن نستطيع جدليا أن نثبت بقوة متعادلة بأن هناك علة أولى فنقطع بذلك سلسلة العلل، أو بأنه لا توجد علة أولى استمراراً مع تسلسل العلل الى ما لا نهاية .

والآن يمكن التمييز بين المنطقين على النحو الآتي : –

أولا :

المنطق الصوري موضوعه قواعد صورية للأحكام والقياسات وينطبق على كل معرفة صادقة أم باطلة ، موضوعية أو غير موضوعية ..

أما الترنسندنتالي فموضوعه فقط الأحكام الموضوعية ، وكيف هي موضوعية كما بسطنا ذلك آنفا .

ثانيا :

المنطق الترنسندنتالي يتناول أصل وحصر وقيمة صور الحكم التي بدونها لا توجد معرفة . أما الصوري فلا بحث له أصلا في مثل هذه الموضوعات .

يمكن الآن أن نخلص الى النتيجة الآتية وهي أن الفلسفة النقدية بعدم رضاها عن المنطق الصوري في تكوين المعرفة ذهبت إلى منطق آخر للمعرفة الموضوعية ، وهذا المنطق كما رأينا ليس هو إلا تفصيل فلسفة كانط ، ففلسفته ومنطقه لا ينفصلان أبدا وهذا ما هدفنا إلى بيانه من أن المنطق هو جوهر الفلسفة ، كما نلاحظ أيضا أن منطق المعرفة هذا الذي وضع أساسه كانط أصبح موضع الاهتمام والتوسع في الفلسفة من بعده .

١٠

يمكن تتبع الطبيعة المنطقية للفلسفة الى أبعد مما وصلنا اليه كما يتضح الآن من فلسفة هيجل Hegel والآخذين عنه فنتكلم عن المنطق كجدل Dialectic .

في الوقت الذي فكر وكتب فيه هيجل كانت عيناه تبصران تطورات في أوروبا : كان شيوع الروح العلمية مما أدى الى تغير في القيم الدينية ، وكان تطور التاريخ من الأقطاع الى الديموقراطية ، وكانت الغزوات النابليونية ومعها حروب الاستقلال . وتلك الأمور مجتمعة أيقظت ذهنه وبعثته على تجديد الفلسفة في مسائل لم تعدها الفلسفة من قبل فكان مذهبه فلسفة في الدين والتاريخ والسياسة ، كما كان جوهره منطق هو منطق معرفة أيضاً ولكنه غير المنطق الصوري الذي يستند الى قانون الهوية Identity فيحبس الفكر في الانسجام مع ذاته ، وكذلك غير المنطق الترنسندنتالي الذي ينظر الى الحقيقة كأمر ستاتيكي وفجائي وكامل ونهائي ينجم عن مجرد إلتقاء الفكر بالتجربة ، أو الصورة بالمادة ، أو مقولات العقل ومايعطى لها في أطاري المكان والزمان من مادة تركب في المقولات. فلا نفهم بهذاتطور الحقيقة خلال التاريخ ولا مجهود الفكر خلال الزمن في إنماء الحقيقة وسيره نحوها شيئا فشيئا .

فجاء منطق هيجل معبراً عما رآه نقصاً في المنطقين السابقين ، كما جاءت فلسفته منطقا ومذهبا ميتافيزيقيا في آن واحد . والمنطق هو الذي أنشأ المذهب كما

ان المذهب هو تفصيل للمنطق . مذهبه يقوم على مسلمة من صميم النزعة المثالية Idealism هي أن كل ما هو واقعي فهو معقول وكل ما هو معقول فهو واقعي. ومعنى هذا أنه حذف الثنائية الكانطية بين الشيء في ذاته والظواهر ، بين الواقع الخارجي والعقل، بين العالم والله . فكلها شيء واحد ولكن على نحو يختلف عن حلولية سبينوزا Spinoza لأن العالم كطبيعة ليس هو الله أو العقل في ذاته وإنما في خروجه الى غيريته (Otherness) في المكان (Space) . بعبارة أخرى العالم كطبيعة هو التقدم الالهي في المكان ؛ وعلى العكس من هذا العالم كتاريخ وأحداث هو تقدم للألوهة في الزمان : إذ العالم عنده أما طبيعة وإما تاريخ ، والتاريخ أهم لأنــه يستوعب العالم كطبيعة .

لقد تنبه الى أهمية التاريخ ولم تكن هناك فلسفة للتاريخ فأقام فلسفة للتاريخ تحت تأثير كتابات منشئي علم التاريخ الحديث في المانيا : هردر ورانكه . رأى هيجل في التاريخ العام وتتابع أحداثه الحياة الحقة والواقعية للألوهة عبر الزمن . وفلسفة التاريخ تريد أن تفهم هذا الجانب الحي الديناميكي للعقل أو للروح أي الألوهة . وهو لا يقصد بفلسفة التاريخ أن يقف موقف المؤرخين فيهتم بالوقائع الجزئية الكثيفة فهذا عقيم في الفلسفة لأن أحداثه تظل بذلك غير مفهومة أو معقولة أي لا منطق لها ، وإنما تريد هذه الفلسفة أن تنظر في التاريخ ككل لتضفي على أحداثه معقولية عامة تكشف عن المنطق الإلهي الذي يسيرها . من هذا نرى أن فكرة الزمن أو التاريخ هي التي ألزمته بالبحث عن منطق جديد يلائم الحركة والتغير ومن ثم يتجاوز المنطقين السابقين .

وهذا المنطق الجديد هو ما يسميه الجدل . والجدل أصطلاحا فن المناظرة والمعارضة . ويقول هيجل أن السفسطائيين أساءوا استعماله حين اتخذوا مقدمات غير سليمة وحينما عارضوا الوجود بالعدم والحق بالباطل فلم يجدوا مخرجا لمعارضاتهم إذ أخذوا الحدود أو الأفكار المتعارضة كأشياء منفصلة مستقلة تستحيل الحركة الفكرية بينها . ألم يجعل كانط الجدل مجال الميتافيزيقا الذي لا تتعداه ؟ ويرى هيجل أنه ينبغي الآن أن نرتفع بفن المناظرة والمعارضة الى مرتبة الدقة المعروفة في

المنطق الصوري ، فيطلق الجدل على حركة عقلية تؤدي الى زوال عزلة الحدين المتعارضين واندماجهما في وحدة أعلى .وبهذا يصبح الجدل علما وفنا لاستخلاص كل ما هو حقيقي في الأفكار في العقل والتاريخ .

الواقع أن كل فكرة في التاريخ وفي العقل الانساني تحيا وتتطور إنما تتضمن تناقضا بين طرفين متعارضين . فهي من جهة تحمل في طياتها مبدأ لتأكيدها (Affirmation) وإبقائها على ذاتها وهذا ما يسمى «بالنظرية» (Thesis) .ومن جهة أخرى تحمل أيضاً مبدأ لنفيها (Negation) وهذا ما يسمى «بالنظرية المناقضة» (Antithesis) يثير فيها أزمة باطنية ومعارضة لنقيضها مما يجعلها تحدد ذاتها أكثر فأكثر وتحقق ماهيتها على نحو أقوى. كان يقول فختة (Fichte) أن الأنا المطلقة (Absolute Self) أي الذات الإلهية لا يمكن أن تحقق وجودها كاملة إلا بأن تعارض ذاتها بما ينفيها أي «باللاأنا» (Non Self) أي بالعالم، فنقل عنه هيجل هذا الجدل أو المناظرة بين طرفين على أساس النفي وعممه جاعلا من النفي وظيفة عامة لكل فكرة تحيا في العقل وفي التاريخ . فالنفي له أولا وظيفة منطقية هي أن يجبر الفكرة على أن تحدد ذاتها وتحقق ماهيتها ، وثانيا له وظيفة ديناميكية هي أن يجبر الفكرة على أن تتقدم وتخرج عن ذاتها وأن تفتح مناظرة مع غيرها وتقيم صراعاً . إذن النفي الذي استعمله السفسطائيون للشك والسخرية بالآراء المتعارضة ، أصبح يقوم الآن بوظيفة هامة هي إخراج الفكرة عن انطوائها على ذاتها وأن تفتح مناظرة مع غيرها وأن تقيم صراعاً . ألم ينبه جوته Goethe في مقدمته لفاوست الى أن دور مفستو أي دور الروح الشريرة التي تنفي وتهدم هو دور بناء وتقدم ؟ فالنفي يأخذ مكانته في الجدل الهيجلي ويقوم بوظيفته الهامة التي تخرج الفكرة من انطوائها إلى فكرة غيرها. وهذه الفكرة الأخرى ليست عدما أو صفرا وانما هي فكرة جديدة ولها مضمونها أيضاً . بهذا يكون هيجل أول من تنبه الى أن النفي أو التناقض ـــ لا الذاتيـــة ـــ هو المقولة

المحركة للفكر والتاريخ ، فكشف بذلك في نطاق منطق للصراع عن الجوهر المأساوي لكل تغير وحركة .

ولكن لا تقف الحركة الجدلية عند الانتقال من فكرة إلى أخرى بمقتضى النفي بحيث لا يجد العقل مخرجاً من هذا التناقض كما فعل السفسطائي وكما انتهى الجدل عند كانط ، بل لا بد من أن يأتلف الضدان في حد ثالث يسميه هيجل النظرية المركبة أو المؤلفة (Synthesis) لتسير الحركة الجدلية قدما إلى الأمام وإلى الأخصاب ! ولكن على أي نحو؟ يقول هيجل أن كانط فتح أمام المنطق طريقا جديدا عندما بين أمكان ذلك الائتلاف في وحدة أعلى . فقد ميز كانط الحكم التحليلي ثم الحكم التركيبي ، وأخيراً الحكم التركيبي القبلي الذي تأتلف فيه ميزتا النوعين السابقين وهما «ضرورة» الأول ثم الإخصاب أو التركيب أو الجدة في الثاني . إن هذه النظرية الكانطية المحصورة في نطاق الأحكام هي التي أمدت الجدل الهيجلي بعنصر آخر غير النفي ليتميز به هذا المنطق عن المنطق الصوري الذي يحبس الذهن في جمود الهوية المتكررة ذلك لأن الجدل يصبح حينئذ طريقة للاخصاب والتجديد والتقدم حين ينتقل بالفكرة الى نقيضها ثم الى ما يجمع النقيضين في حد ثالث كما جمع الحكم التركيبي القبلي بين ميزتي الحكمين الآخرين، ثم يسير الجدل قدما من هذا الحد الثالث الى حدود أخرى وفقا للقانون الثلاثي الحدود، فتؤدي تلك الحركة الى النمو والتقدم بدلا من الجمود في نطاق الهوية المتكررة التي هي خاصية المنطق الصوري .

يمكن الآن أن نشير إلى تطبيقات هذا الجدل. فقد طبقه هيجل في السياسة والقانون . ولكن في كتابه عن المنطق (Logik) نجد خير تطبيق له في اشتقاق مقولات

الفكر والوجود التي حصل عليها كانط في منطقه الترنسندنتالي والتي يوجه اليها هيجل الآن النقد نفسه الذي وجهه كانط الى مقولات أرسطو في كتابه«المقولات» حين قال أن أرسطو لم يحصل عليها بطريقة ملزمة وإنما جمعها بطريقة تجريبية بحتة . وكذلك يقول هيجل الآن ، ويرى أن الجدل وحده هو الذي يولد تلك المقولات توليدا دقيقا متسلسلا بحيث يرى الفيلسوف كيف نشأت كثرة الأشياء عن وحدة أولية .

أول هذه المقولات فكرة «الوجود» (Being) من حيث هو وجود صرف لا يخص شيئاً معينا بالذات . لكن هذه الفكرة بما تحمله من عدم التحدد والتعين تتضمن مقولة أخرى هي العدم وتثيرها كنقيض لها ينفيها نفيا باتا وتصطرع معها . وهما يصطرعان في الفكر وفي الواقع (Reality) أعني فوق مسرح أحداث التاريخ اصطراعا دائما بحيث ينتقل الفكر والواقع دائما من الوجود الى العدم ومن العدم الى الوجود . وهذا الانتقال نفسه هو المقولة الثالثة التي توحد بينهما في وحدة أعلى ويسميها هيجل مقولة«الصيرورة» (Becoming) . ثم تصبح الصيرورة بدورها بداية لحركة جدلية أخرى وفقا لمنطق الحدود الثلاثة وهكذا حتى يستكمل هيجل اشتقاق المقولات التي تبدأ بأفقرها وأعمها وهو الوجود وتنتهي بأكثرها واقعية وقربا من التشخص الفردي وهو الوعي .

لقد تأثر بهذا الجدل تلاميذ كثيرون لهيجل ، وانقسم هؤلاء الى يمينيين ويساريين ، فاليمينيون حاولوا أن يجدوا حلا لكل المشاكل الفلسفية والمنطقية في اشتقاق المقولات وهؤلاء هم من أمثال رينوفيه Renouvier ورافسون Ravaisson وهاملان Hamelin في فرنسا ، وبرادلي Bradley في انجلترا وكروتشه Crocc في أيطاليا، أما اليساريون فمن أمثال كارل ماركس وأنجيلز اللذين نقلا الجدل من تطبيقاته الميتافيزيقية والفلسفية والسياسية الى تطبيق إقتصادي بحت ثم أصبح هذا

التطبيق الاقتصادي واقعا حيا ملموسا .

من هذا كله نرى طرفا من الطريق المتعرجة التي سلكها المنطق فتعددت أنواعه وكذلك الفلسفات القائمة عليه، فلا سبيل الى الفصل بين المنطق بكل أنواعه وبين الميتافيزيقا كما يريد اللوجستيقيون . ولكن سنكرس الانتباه من الآن فصاعدا الى المنطق الرياضي وحده .

الفصل الخامس

المنطق والرياضة

(١١) مذهب التشابه الظاهري بين المنطق والرياضة .

(١٢) الصلة في ضوء جبر المنطق .

(١٣) المذهب اللوجستيقي .

(١٤) المذهب الأكسيوماتيكي .

(١٥) المذهب الحدسي الجديد .

١١

من أهم خصائص اللوجستيقا أنه لا يؤكد فقط أنه نظرية رياضية وإنما يؤكد أساساً أن الرياضيات البحتة كلها من المنطق الصوري في هيئته الرياضية هذه وأنها امتداد لحدوده وقضاياه فهي صورية مثله ولا شيء فيها غير المنطق الصوري. لذلك نريد قبل أن نتناول عرض مسائل اللوجستيقا من داخله أن نتوقف عند الصلة بين الرياضة والمنطق لنرى معنى هذه الصلة في ضوء مذاهب مختلفة .

هذه صلة تصورها المؤلفون المختلفون منذ القدم (أرسطو وأقليدس وريموند لول وديكارت وليبنتز وجورج بول وفريجه وبيانو وغيرهم) على أنحاء مختلفة . والذي يعنينا الآن هو الحالة الراهنة لتلك الصلة بين هذين العلمين ، فهي ظاهرة من ظواهر الفكر المعاصر في العلمين ، وهي التي قسمت المناطقة والرياضيين الى مدارس لكل وجهة نظرها. وغرضنا من تناول هذه الظاهرة تحديد نوع وطبيعة ذلك الأتصال حسب كل مذهب من المذاهب الشائعة الآن في اختصار ودون التعرض لأمهات المسائل والتفاصيل المعقدة التي يتناولها بعض المذاهب أكتفاء بوصف عام بغية الوصول الى تحديد موضع المذهب اللوجستيقي بالذات بين المذاهب الأخرى .

والمذهب الأول هو الذي يمكن أن نسميه — لعدم وجود اسم آخر يدل عليه لأنه ينم فقط عن وجهة نظر نقدية — مذهب « التشابه الظاهري » بين المنطق والرياضة . وهو الموقف الذي يقفه فلاسفة معاصرون لم يكترثوا للأبحاث المعاصرة

المتكاثرة في العلمين وآثروا الاقتناع بالمأثور من المنطق فاكتفوا من المنطق الرياضي بفهم له من ظاهره ووصف من خارجه بحيث يؤكدون أن الصلة بين العلمين إنما هي في المظهر أو الثوب الخارجي وحسب فكلاهما (ا) رمزي (ب) وصوري (٣) والى حد ما ميكانيكي أو آلي .

(ا) أما الرمز فمعناه أن المنطق المعاصر كالرياضة يتخذ بدلا من العبارات اللغوية غير المحددة لتلبسها بالمعاني المتداخلة المتشابكة ، رموزا واضحة وغير مقيدة بالمعاني اللغوية كالشأن في الرياضة .

لقد قسم الناس الكلام الى منثور ومنظوم وواضح أنه لا فرق بينهما من حيث هما لغة خطاب . وأحرى في العصر العلمي أن نقسم الكلام الى لغة خطاب ولغة قيد للعلم وهذه ليست للتخاطب بين الناس لأنها تتألف من رموز اصطلاحية يضع العالم معناها الثابت وهو المعنى الذي يحدده فقط استعمالها العلمي .

وفائدة الرموز في كل من المنطق والرياضة فائدة مزدوجة ، سيكولوجية وعلمية. فمن الناحية السيكولوجية تعفى الرموز الذهن من تأمل الصلات بين المعاني اللغوية وتصرف الذهن كله الى تأمل العلاقات الصورية أو الرياضية وحدها . ومن الناحية العلمية تكسب الرموز العلم دقة وتجريدا وعموما . والرمز ليس مستحدثا في المنطق ولكن الرياضة أحوج اليه ومستحيلة بدونه في حين قد يستغني المنطق عنها اكتفاء باللغة كما يدل عليه التاريخ الطويل للمنطق التقليدي .

(ب) أما الصورية (Formalism) فهي أيضا ليست مستحدثة في المنطق فقد عرف المنطق منذ القدم كيف يرد القضايا مهما تنوعت الى وحدة صورية هي وحدة «الموضوع –المحمول» (S - P) التي تسمح بالأستنباط القياسي . والقياس نفسه إنما ينتج بفضل صورته ، تلك الصورة التي تختلف الى أشكال وضروب ، بسبب اختلاف مواضع الحد الأوسط واختلاف الكم والكيف أيضاً . فيؤدي ذلك كله الى تأليفات صورية مختلفة الأشكال والضروب ، بعضها هو الأقيسة المنتجة ، ويمكن رد بعضها الى بعض بمقتضى قانون تعادل الصور المختلفة .

والرياضة أيضا صورية كالمنطق كما يقولون وإن كان ليس من الهين تعريف الصورة فيها ولذلك يستحسن استعمال الأمثلة : —

إذا أخذنا أعداداً جبرية وحيدة الحد (Monomes) والعدد الوحيد الحد هو مجرد ضرب أعداد موجبة أو سالبة مثل :

ا ا ب ب ب س

أو — (٧) (٥) أ ب ا

فإن صورتها الجبرية هي على الترتيب :

ا^٢ ب^٣ س

— ٣٥ ب ا^٢

ولا تتكون الأعداد الجبرية الكثيرة الحدود Polynomes إلا من مثل تلك الأعداد الوحيدة الحد تفصلها علامتا + و — مثل :

ا^٢ ب^٣ س — ٣٥ ا^٢ ب

ومثل هذا العدد «صوري»أي ليست له أية قيمةحسابية (Arithmatique) معينة إلا إذا عوضت الحروف المتغيرة (Variables) بأعدادحسابية معينة وروعي في الوقت ذاته تركيب الصورة من حيث علامات العمليات بترتيبها الوارد فيها . عندئذ فقط يصبح العدد الجبري عدداً حسابياً محدّداً ومعيناً وليس صورياً .

مثال آخر يبين اختلاف الصورة في الرياضة عن القيم الحسابية المعينة هو المثال الآتي المستمد من أوائل علم الجبر حين يعلمنا بأنه يمكننا تحويل (Transformation) صورة الى صورة أخرى مخالفة بالمرة ومعادلة لها أيضاً دون أن تتغير مع ذلك القيمة الحسابية التي يشير اليها العددان الصوريان بل تبقى دائماً هي بعينها ، مثلا :

(ا + ب)^٢ = ا^٢ + ٢ ا ب + ب^٢

(ا + ب) (ا — ب) = ا^٢ — ب^٢

فهنا يشير طرفا كل معادلة الى نفس العدد في الخارج ومع ذلك تختلف صورة كل طرف عن الطرف المقارن له في المعادلة بحيث إذا وقفنا أمام صورة يمكننا أن نحولها إلى صورة أخرى .

والخلاصة أن الرياضة كالمنطق صورية كما يقول هؤلاء الفلاسفة أنصار التشابه الظاهري .

(ج) بقيت صفة «الآلية» في كل من الرياضة والمنطق . أما في الرياضة فالأمر فيها واضح . ومعنى الآلية فيها هو أن العمليات في الجبر يمكن إجراؤها على نحو ميكانيكي بل ويدوي (Manual) أيضاً، وذلك حسب قواعد معينة ودون أن يعطي أي معنى لتلك العمليات أو لما ينتج عنها كنتيجة . وتلك ميزة كبيرة من الناحية السيكولوجية تسهل عمل الفكر وهي ناتجة عن استعمال الرمز ، لأن القواعد التي تتحكم في العمليات الجبرية إنما هي بمثابة الطرق التي نتناول بها تناولا يدويا الرموز المختلفة كما لو كانت تلك الرموز أشياء ملموسة ، فنحدث فيها تقديما وتأخيرا ، أو إدغاما أو إسقاطا أو تحويلا ، أو فصلا أو وصلا بالأقواس الى غير ذلك من الأساليب التي تقوم بها اليد فعلا بحيث نحصل في آخر الأمر على النتيجة المطلوبة .

وكذلك الأمر في اللوجستيقا لأنه بمجرد التعبير برموز مناسبة ، ثابتة ومتغيرة ، لمبادىء المنطق تتوافر لدينا صيغ صورية بحتة نخضعها الى أجراء العمليات المنطقية المختلفة دون أن نعطي لتلك الصيغ ولما ينتج عنها أي معنى من المعاني المألوفة عندنا بطريق اللغة . وتلك العمليات تجري اجراء آليا فتأتلف الرموز وتفترق ، ويحول بعضها الى بعض وتدغم وتسقط الى آخر ما هنالك من أساليب يدوية نحصل بواسطتها على صيغ مشتقة من الصيغة التي تتخذ كنقطة بدء . وفي كل هذا تسهيل للتفكير واقتصاد في المجهود ودقة ووضوح .

هذا مجمل ما يراه فريق من فلاسفة محدثين (حتى العقد الرابع من هذا القرن) في الصلة بين الرياضة والمنطق في صورته اللوجستيقية ، وهي صلة كما يتضح تقوم

على التشابه الظاهري بين العلمين .

وهم يضيفون الى ذلك قولهم أن اللوجستيقا ليس هو المنطق «بالذات» أو على حقيقته ، وإنما هو فقط منطق «بالعرض» بمعنى أن اللوجستيقا عمليات آلية ليس لها أي مدلول غير كونها عمليات ، وإنما يحدث لنا أن نؤولها ونفسرها آخر الأمر منطقيا أي أننا نعطيها مدلولا منطقيا نخلعه عليها وليس منها ، ولذلك فأنها تكون حينئذ منطقا بالعرض أذ الصيغ المنطقية (Formulas) والعمليات التي تجري عليها وما ينتج عن ذلك من نتائج ، كل ذلك عار عن المعنى المنطقي بل عن كل معنى آخر كما سبق بيانه . ومن ثم يقولون إننا حين نعالج تلك الصيغ الرمزية لا ندري إذا كنا في المنطق أم في غيره ، وهي لا تصبح ذات معنى منطقي إلا بإضافة خارجة عنها ، أعني بتفسير نجيء به نحن للرموز التي نحصل عليها في النتيجة دون أن يكون التفسير المنطقي ملازما بذاته لتلك الرموز . والشأن في ذلك شأن الصيغ الجبرية مثل: س= $\frac{1}{ص}$ مثلا فهي لا معنى لها بذاتها ولا تصبح قانونا في الطبيعة أو في غيرها ، أي لا يكون لها معنى يفسرها إلا إذا أضفنا هذا التفسير إضافة نجيء بها من علم الطبيعة أو غيره [1] .

وإذن فهؤلاء الفلاسفة يفرقون بين المنطق الذي له في ذاته معنى منطقي وبين الحساب المنطقي المجرد عن المعنى المنطقي لأنه آلي صرف .

من جهة أخرى يقولون أيضا أن الحساب اللوجستيقي الذي يزعم في رأيهم أنه ينص بالرموز على كل قوانين المنطق قد عجز فعلا عن استيعاب بعض قوانين الاستدلال المنطقي التي يستعملها بكثرة لأنه لم يستطع أن يكتبها مرموزة لتظهر فيه كمجرد صيغ رمزية وقابلة للبرهان كالشأن في بقية قضاياه ، رغم أنها ضرورية

---

(١) هذا الوصف الذي يجرد الصيغ اللوجستيقية من كل معنى منطقي ويجعل هذا المعنى مجرد أضافة نضيفها نحن إلى النتيجة تبرعاً ، هذا الوصف ينطبق على « جبر المنطق » الذي هو أقرب إلى الجبر منه إلى المنطق ، ولا ينطبق اطلاقاً على الصيغ اللوجستيقية التي معناها المنطقي ثابت لها بذاتها في كل خطوة من خطواتها . فهؤلاء الفلاسفة لا يصفون أذن إلا جبر المنطق .

لذلك الحساب . والقوانين التي عجز فعلا اللوجستيقا عن استيعابها رمزيا في الواقع قانونان : مبدأ الأستنتاج (Law of Inference) ومبدأ التعويض (Law of Substitution)[1]. ومن ثم فان المنطق الصوري غير الحساب اللوجستيقي وأعم منه وهذا الفارق الأخير قد يبدو ذا أهمية لأن اللوجستيقا لم يستطع أن يجعل هذين المبدأين من قوانينه المرموزة الميسرة العلاج على نحو آلي ، إذ يحتاج المبدآن أولا وآخرا الى فكر يفكر لا آلية فيه ليقوم بمراعاتهما وتطبيقهما ، أعني الى منطق آخر وفكر حي غير اللوجستيقا .

إذن خلاصة المذهب الأول هو أن اللوجستيقا يشبه الرياضة فقط في مظهره من جهات عدة ، ولكنه ليس المنطق بالذات لسببين أولهما أن عملياته الرمزية لا تتضمن في ذاتها معنى منطقيا وإنما نحن الذين نضفي ذلك المعنى عليها من عندنا ، والثاني هو أنه لا يستوعب رمزيا كل قوانين المنطق (وقد أبدينا اعتراضنا على هذين السببين) .

(١) ستتعرض لهذين المبدأين عند الكلام عن منطق برتراند راسل ونكتفي هنا بالقول بانهما ليسا من قوانين المنطق والفكر المنطقي بحيث يمكن كتابتهما بصيغ رمزية كالشأن في القوانين المنطقية الأخرى كما تبادر إلى ذهن أولئك الفلاسفة . وأنما هما فقط قاعدتان عمليتان لاجراء الحساب المنطقي ، فهما ليسا من القوانين ولكنهما عملان لتناول الرموز .

١٢

مذهب آخر في الصلة بين الرياضة والمنطق هو المذهب الذي يمكن أن نستخلصه من « جبر المنطق » (Algebra of Logic) .

لقد ظهر جبر المنطق في عصرين متباعدين بينهما قرن ونصف. فقد ظهر عند ليبنتز ولكن ظلت كتاباته فيه مجهولة حتّى اكتشف هذا الجبر من جديد عند مؤلف من القرن الماضي هو جورج بول Boole وبعد أن أصبح هذا الجبر حركة عالمية أهتم بعض البحاث باحياء تراث ليبنتز .

ولقد أدعى جبر المنطق منذ ظهوره في القرن الماضي بأنه المنطق «بالحقيقة» وأعتقد جبريو المنطق بأن علمهم في صورته الجبرية هذه هو فرع من فروع الرياضة الكثيرة أو نظرية جبرية كغيرها من نظريات الجبر التي ظهرت في نفس القرن كجبر الأعداد الرباعية Quaternions عند روان هاملتون وجبر الأعداد التخيلية Imaginary Numbers والحساب الهندسي Geometrical Calculus عند جراسمان ونظرية المجاميع Theory of Sets عند جورج كانتور وغيرها. وبذلك تكون الصلة بين المنطق والرياضة في ضوء هذا المذهب صلة جزء بكل، على خلاف ما ستبدو من صلة بعد قيام اللوجستيقا ، إذ المنطق عند جبريي المنطق جزء من أجزاء الرياضة ونظرية من نظرياتها .

لقد بدأ جبر المنطق في القرن الماضي بكتاب لجورج بول عام ١٨٤٧ ونشطت بعده الأبحاث فيه عند ماكول MacColl وفن Venn وجيفونز Jevons في انجلترا ثم أصبح حركة عالمية بفضل كتابات ساندرس بيرس Pierce في أمريكا وكتابات شرودر Schröder في المانيا . ويعتبر مؤلف هذا الأخير الضخم المسمى Alegebra der Logik أسهب مرجع في هذه النظرية . ولكن كانت خاتمة الأبحاث فيه الكتيب القيم حقاً الذي كتبه في مطلع هذا القرن المنطقي الفرنسي لويس كوتوراه L. Couturat عام ١٩٠١ ، ذلك المؤلف الذي يعتبر بحق أوضح مرجع في هذا الموضوع .

ولقد توقفت الأبحاث فيه عند مؤلف لويس كوتوراه المذكور بسبب ظهور اللوجستيقا منذ عام ١٩٠٣ وهو عام ظهور مؤلف برتراند راسل في المنطق الرياضي المسمى «أصول الرياضة» لأن جبر المنطق هذا أصبح قسماً من أقسام اللوجستيقا الجديد ويقابل حساب الفئات Calculus of Classes فيه ، وفوق هذا لأنه كان جبرا أكثر منه منطقاً في رموزه وفي مسائله وفي طرق حلها وحتى في تفسير نتائجه التي كانت على خلاف الأنواع الجبرية الأخرى لا تقبل تفسيرا عدديا إلا لقيمتي صفر وواحد (٠ : ١) فقط أي كان جبرا محدود القيم العددية : بالاضافة الى تفسيرين منطقيين ممكنين .

فأولا كان جبرا أكثر منه منطقاً في رموزه لأن أكثر رموزه تشير الى ثوابت رياضية لا الى ثوابت المنطق التي لم يلتفت اليها إلا اللوجستيقا فيما بعد .

وثانيا كان جبرا في طرق حل مسائله فقد كانت تطبق فيه طرق بسط المعادلات الرياضية Expansion of Equations أو قواعد الحساب الرياضي دون قواعد المنطق وقوانينه .

وثالثا في تفسير نتائج عملياته ، فان جبر المنطق رغم ادعائه بأنه المنطق بالذات كان كغيره من أنواع الجبر الأخرى يقبل تفسيرا عدديا ، ولا يختلف عنها إلا في شيء واحد هو أن ذلك التفسير العددي إنما كان منحصراً في حدود عددين اثنين هما صفر وواحد أي لا تصدق نتائجه عدديا إلا في حدود هاتين

القيمتين العدديتين ، فهو بذلك جبر عددي محدود القيم .

ورابعا كان جبرا أكثر منه منطقاً لأنه كان يقبل بالعرض تفسيرا منطقيا عندما نجعل قيمتي الصدق والكذب المنطقتين تقابلان القيمتين العدديتين المقبولتين فيه وهما على الترتيب الواحد والصفر . وهذا ما يجعل المنطق أحد التفسيرين الممكنين لجبر المنطق .

وخامسا حتى في نطاق التفسير المنطقي المحتمل كان يقبل تفسيرا منطقيا مزدوجاً فتارة يكون التفسير بلغة القضايا Propositions وتارة بلغة التصورات أو الفئات Classes على ما بين القضايا والتصورات من تفاوت منطقي كبير .

إنه لكل هذه الأسباب يظل جبر المنطق جبرا أكثر منه منطقا . وسنعود اليه مرة أخرى عند الكلام عن خصائص اللوجستيقا ونختم هنا بالقول بأن صلة المنطق بالرياضة في ضوء جبر المنطق إنما هي صلة جزء بكل حيث أن جبر المنطق واحد من أنواع جبرية عديدة .

١٣

المذهب الثالث في الصلة بين الرياضة والمنطق هو المذهب المسمى النظرية اللوجستيقية Logistic Theory وهو المذهب الذي يرد الرياضيات البحتة Pure Mathematics بحذافيرها الى المنطق الصوري بحيث تصبح على عكس ما كانت عليه في المذهب الثاني؛ جزءا من المنطق وامتداداً لقضاياه وثوابته وليس فيها شيء غير المنطق الصوري وحده .

وهو مذهب يحتاج في تصوره تصورا مبدئيا الى تعريف للرياضة نفسها . والتعريف التقليدي للرياضة بأنها علم الكم والمقدار ؛ أو علم الكم المتصل (الهندسة) والكم المنفصل (الحساب) أصبح لا يفي اليوم بالغرض ويعتبر من وجهة نظر الرياضيين أنفسهم غير صالح للتعبير عن الرياضة ككل واحد يتشعب الى فروع مختلفة لا يدخل بعضها بكل تأكيد تحت مقولة الكم أيا كان (متصلا أو منفصلا). فالكثير من نظريات الرياضة الحديثة كالهندسة الوصفية وهندسة الوضع وجبر المنطق وغيرها كلها نظريات ليس الكم موضع نظر فيها . والاتجاه الحديث في الكلام عن الرياضة ينحو نحو تعريفها بمنهجها وعلى نحو أدق بأسسها التي تقوم عليها وتستمد منها وجودها وقوتها ، أكثر من تعريفها بموضوعاتها التي أصبحت في بعض نظرياتها بعيدة عن فكرة الكم .

وطبقا لهذا الاتجاه الذي يعتنقه اليوم الرياضيون تتميز الرياضية بأنها تبدأ بمجموعة من الحدود Terms أو الخصائص Properties أو التصورات Concepts أو

الدوال Functions «غير المعرفة» Undefined ، ثم بمجموعة أخرى من القضايا «غير المبرهنة» Unproved Propositions يقال لها عادة «مسلمات» Postulates ، أو «أصول موضوعة» (ابن سينا) ، أو «علوم متعارفة» . (اصطلاح عربي قديم) Axiomes ، أو «قضايا ابتدائية» Primitive Propositions (عند راسل والمناطقة المحدثين) ، تنص على قيام علاقات معينة بين عناصر المجموعة الأولى وتبين كيفية استعمالها رياضيا ، ومن هاتين المجموعتين تشتق كل النظريات Theorems أو القضايا المطلوبة في هذا العلم وذلك بطريق الاستنباط المنطقي وحده . فإذا علمنا الى جوار هذا أن تلك الحدود الرياضية الأبتدائية غير المعرفة يمكن أن تحل بطريق «التعريفات» الى ثوابت أو حدود منطقية صرفة ، وأن المسلمات الرياضية يمكن بدورها أن ترد بطريق الأشتقاق المنطقي (الأستنباط) الى مسلمات وقضايا المنطق وحده ، اتضح لنا أن الرياضة امتداد لحدود المنطق وقوانينه ومستغرقة في المنطق وليس فيها غير المنطق .

تلك هي النظرية اللوجستيقية في الصلة بين المنطق والرياضة التي لم تعد فيها الرياضة البحتة شيئاً آخر غير المنطق نفسه وقد احتاجت هذه النظرية في قيامها الى مرحلتين سابقتين من مراحل تطور الرياضة .

والمرحلة الأولى التي بدأت من أوائل القرن الماضي والتي يمكن أن تسمى مرحلة النقد الذاتي للرياضة [1] هي المرحلة التي استقلت فيها الرياضة عن التبعية لحل مشاكل الطبيعيات ولم تعد خاضعة لما يشهد به «الحدس المكاني» Spacial Intuition على حد تعبير كانط ، أي الى فكرة «الاتصال الهندسي» Geometrical Continuity كما يصطلح الرياضيون . فعمل الرياضيون على تنقية مبادىء علمهم وأسسه وأفكاره من الأشكال الهندسية وبهذا النقد الباطني تطلعت الرياضة الى تقدم منفصل عن المكان ، وسرعان ما تكشفت عن دوال Functions لا تشهد بها البداهة أو الحدس المكاني مثل الدوال غير المتصلة Discontinuous Functions كما تكشفت عن هندسات غير اقليدية (كهندسة ريمان وهندسة لوباتشفكي) وأخرى غير قياسية Non metrical

(١) محمد ثابت الفندي ، فلسفة الرياضة ص ٥٣ — ٦٣ ، ٩٠ — ٩٤

كالهندسة الأسقاطية وهندسة الوضع ، وعن أعداد لا يقبلها الحدس أو البداهة مثل العدد التخيلي Imaginary Number ، كالعدد $\sqrt{-1}$ ، كما نشأت أنواع من الجبر بعيدة عن حدس المكان كجبر المنطق مثلا . وقد أدى هذا النقد الباطني الى أن أصبحت الرياضة مجزأة مهلهلة بعد أن نبذت القاعدة التي كانت تربط بينها وتستند اليها وهي فكرة «الاتصال الهندسي».

وهنا تبدأ المرحلة الثانية من تطور الرياضة التي شغلت الربع الثالث من القرن الماضي ، وفيها بذل الرياضيون جهدا منقطع النظير في أن يُكسبوا علمهم وحدة ودقة ويقينا بأن يقيموه على ذلك الجزء الذي لا يتطرق اليه الشك عندهم وهو الأعداد الأولية (علم الحساب) وهكذا اتخذت الأعداد معياراً لكل يقين رياضي بعد أن تخلوا عن حدس المكان ، فاشتقوا من الحساب الأولي المعروف كل أنواع الدوال والأعداد والنظريات الأخرى في الرياضة : واحتاجوا في سبيل إنجاز ذلك الى نظريات إضافية معقدة لكي تقوم الرياضيات برمتها كوحدة مسلسلة قاعدتها الوثيقة علم الحساب . هكذا نضج ما يعرف في تاريخ الرياضة «بالمذهب الحسـابي» Doctrine Arithmétisante الذي بفضله أصبحت الرياضة على حـد تعبيرهم «محسبة» .[1]

وما كادت آخر كلمات المذهب الحسابي يجف مدادها حتى بدا أن الرياضيين أنفسهم وكذلك المناطقة الناظرين في أسس الرياضة غير مقتنعين جميعا بأن تكون الأعداد الحسابية السند الأخير والوثيق للرياضة . إذ تساءلوا لماذا تكون الأعداد أولى باليقين الرياضي من الحدس المكاني ، ثم ألم يتراجع الحدس في الرياضة كلها ليظهر من جديد محصوراً في نطاق الأعداد وحدها ؟ ولم لا يبحث عن سند أوثق وغير حدسي للأعداد نفسها . وهنا أتجه بعضهم لكي يكسبوا نظرية الحساب ومن ورائها الرياضة كلها كما رتبها المذهب الحسابي ، دقة ويقينا أوثق الى اشتقاق هذه النظرية نفسها من المنطق الصوري ، وكان هذا العلم قد أخذ يتطور بدوره منذ منتصف القرن الماضي عند جورج بول ومدرسته الى جبر للمنطق ، فالتقى في المنطق

(١) محمد ثابت الفندي في كتابه فلسفة الرياضة ، ص ٩٤ – ٩٧ ، ٩٧ – ١٠٤

عندئذ هدفان : هدف تطوره سريعا الى علم رياضي وثيق ، ثم هدف اشتقاق الرياضة (كما رتبتها المذهب الحسابي) منه فيضفي بذلك يقينه على قضاياها .

وهنا بداية النظرية اللوجستيقية في الصلة بين الرياضة والمنطق، تلك النظرية التي أقامها لأول مرة في آخر القرن الماضي المنطقي الألماني جوتلوب فريجه **Gottlob Frege** بالنسبة للحساب والتحليل. فاحتاج في إثبات تلك النظرية الجريئة الى معالجة المنطق ذاته على أسس جديدة غير تلك الأسس التي قام عليها جبر المنطق ، لكي تستقيم النظرية : فكانت نظريته في المنطق ذاته نقطة تحول حاسم فيه كما كانت محاولة اشتقاق الرياضة منه أول محاولة ناجحة . ولكن أبحاثه المنطقية لم تؤثر مع ذلك في أحد من لاحقيه لأن الرموز التي اصطنعها للتعبير عن ثوابت المنطق وقوانينه (كالخطوط الأفقية والرأسية والمقوسة والحروف الهيروغليفية والغوطية القديمة وغير ذلك) كانت مع دقتها البالغة ثقيلة للأسف الشديد ولا تشبه في شيء ما ألفه الرياضيون من رمز ، ومن ثم فهي غير عملية ولا طيعة فلم تؤثر مؤلفاته اللوجستيقية في الباحثين من بعده حتى اعترف برتراند راسل نفسه سنة ١٩٠٣ في تلخيصه لها[1] بأنه لم يستطع أن يفيد كثيرا مما كتب سلفه وإن كانت آراء فريجه أصبحت معروفة الآن تماماً .

ولكن معاصر فريجه وهو الأيطالي بيانو **Peano** استاذ علم التحليل **Analyse** في جامعة تورينو كان قد أخذ يسهم بأبحاثه في حركة استخلاص الحـــدود والقضايا الأبتدائية (المسلمات) في العلوم الرياضية، تلك الحركة التي كان قد بدأها مورتز باش **Moritz Pasch** وديدكند **Dedekind** وديفيد هلبرت **Hilbert** في المانيا ، والتي أستند فريجه الى نتائجها إذ ذاك في رده للعلوم الرياضية الى المنطق الصوري . فتنبه بيانو بمساهمته تلك الى صلة تلك الحركة بالمنطق الصوري فعمد الى جبر المنطق يستقي منه الأصول المنطقية لأبحاثه ، فخلص من ذلك الى اكتشاف بعض الثوابت المنطقية الهامة التي يجهلها جبر المنطق: كالتضمن الصوري **Formal Implication** ، وأهم من هذا أنه تنبه الى ضرورة إدخال « المتغيرات» **Variables** في كتابة القضايا المنطقية الخالصة ، وذلك على غرار الاستعمال الرياضي لها، فكان

(١) **B. Russell** في **Principles of Math. Philos** انظر الملحق

هذا التنبه إلى إدخال المتغيرات في كتابة القضية المنطقية أكبر عامل في تمكين المنطق الصوري الجديد من التعبير عن القضايا الرياضية البحتة . وفوق هذا كله توصل بيانو أيضا على عكس فريجه الى استعمال رموز لثوابت المنطق ذات قيمة عملية تفوق رموز فريجه وضوحا وسهولة .

ورغم أن أبحاث فريجه في المنطق الصوري وفي اشتقاق الأعداد منه كانت ترجح بكل تأكيد أبحاث بيانو إلا أن أهمية بيانو ترجع في الواقع الى النقط الثلاث التي ذكرناها .

ومنذ بداية القرن العشرين : كانت الظروف مهيأة لظهور النظرية اللوجستيقية كاملة حيث ألتقى التياران السابقان في أبحاث برتراند راسل **B. Russell** : تيار رموز بيانو المنطقية الجيدة التي استوعبت جبر المنطق وأضافت اليه ثوابت منطقية أخرى وأدخلت المتغيرات في كتابة القضية المنطقية . ثم تيار فريجه المنطقي الذي تعمق النظرية المنطقية في ذاتها ورسم طريقة اشتقاق الرياضة من المنطق الصوري . فنتج عن إلتقاء التيارين أن نضجت النظرية اللوجستيقية في صورتها الحاضرة واستقامت كعلم جديد وأصبحت النتائج التي توصل اليها راسل باقية راسخة وتمثل الجانب الكلاسيكي في هذا العلم الى اليوم رغم تقدم الأبحاث اللاحقة . وتشتمل النظرية على قسمين يمكن الفصل بينهما : الأول خاص بالمنطق الصوري في صورته الرياضية الأخيرة ، والثاني خاص باشتقاق الرياضة كما نسقها المذهب الحسابي بادئة بالحساب من ثوابت وقضايا المنطق . ويؤلف القسمان نسقاً واحداً لا نعرف فيه أين انتهى المنطق وأين بدأت الرياضة .

ولقد استعرض راسل تلك النظرية في كتابين أولهما صدر عام ١٩٠٣ بعنوان **Principles of Mathematics** ، وثانيهما بالاشتراك مع هويتهد **Whitehead** من عام ١٩١١ الى ١٩١٣ في ثلاث مجلدات بعنوان لاتيني **Principia Mathematica** ، وسنستعرض خلاصة ما في الكتابين عندما نعرض أصول المنطق الرياضي في فصل قادم مكتفين هنا ببيان كيف أن الصلة بين الرياضة والمنطق في هذا المذهب هي صلة استغراق الرياضة كلها في المنطق وارتدادها اليه بحيث لا نتعلم في الرياضة أمراً آخر غير المنطق .

١٤

ونتقل الآن الى مذهب رابع في الصلة بين العلمين . ففي السنوات القليلة التي تلت ظهور الكتاب الذي اشترك فيه راسل وهوايتهد كان هناك قمة من قمم الرياضة الحديثة هو ديفد هلبرت لا يوافق راسل على أن تكون الرياضة منطقا صوريا صرفا ، وأخذ يطور فكرة في أصل الرياضة والمنطق معاً سماها « النظرية الأكسيوماتيكية» Axiomatic Theory. ورغم أن النظرية اللوجستيقية في صلة العلمين وجدت أنصاراً كباراً مـــن أمثال كواين Quine وتشيوستك إلا أن الأبحاث في الخمسين سنة الأخيرة نحت في أغلبها منحى النظرية الاكسيوماتيكية هـــذه التي تعمقت فكرة «المسلمات» في الرياضة والمنطق وبحثت شروط قيامها وتأسيسها .

وديفد هلبرت أستاذ الرياضة بجامعة برلين حتى نهاية الحرب العالمية الثانية لا يرى في المنطق فرعاً من الرياضة كالمذهب الثاني ، ولا في الرياضة فرعاً من المنطق كالمذهب الثالث ، وإنما يرى أنهمـــا شيئان نبعا معـــا متحاذيين أو متوازيين من منبع واحد أبعد منهما هو الطريقة الأكسيوماتيكية أو الصوريـــة الصرفة Pure Formalism التي هي الأساس الأول والبعيد لعلمي الرياضة والمنطق معاً. فهو يذهب إلى أنه لكي تستقيم الرياضة والمنطق كعلمين استنباطيين ويقينين يجب الذهاب الى أبعد من حدودهما الأبتدائية ومسلماتها الأولية التي وصلت اليهـــا الأبحاث السابقة عند فريجه وبيانو وراسل وكل من مهد لهم تحليل الرياضة الى حدودها ومسلماتها من أمثال مورتز باش وديدكند . وهذا الذهاب الى ماوراء الحدود

والمسلمات الأولية في المنطق والرياضة إنما ينتهي عند قبول حدود ومسلمات أولية أخرى لا هي الى المنطق ولا هي الى الرياضة وإنما هي عارية تماماً عن كل معنى رياضي أو منطقي لأنها مجرد رموز اسمية Nominal نضعها وضعـا ، ومن ثم فهي صورية بحتة ، وتلك الحدود والمسلمات هي « الأكسيوماتيك » Axiomatic الذي تشتق منه الرياضة والمنطق متوازيين لا متصلين .

ولقد فرض وضع هذا الأكسيوماتيك أبحاثا أخرى في شروط إقامة المسلمات وهي شروط في جوهرها منطقية كشرط استقلال المسلمات وككونها غير متناقضة وكونها مشبعة [1] .

ولما كان الأكسيوماتيك وما يثيره من أبحاث حول شروط تأسيسه من الأمور التي لا تعني بها الرياضة مباشرة ولا المنطق كذلك ، فقد درج هلبرت على تسمية الأبحاث الاكسيوماتيكية «بما بعدالمنطق» Metalogic أحياناً وبما بعدالرياضة Metamathematics أحياناً أخرى فتكوّن بذلك مجال للدراسة جديد مـا زال يجتذب البحاث من الجانبين .

ويجب أن نلاحظ أن هذا المذهب أكثر صورية عن سابقه لأنه يبدأ من مسلمات أسمية بحتة ، وهو وإن اختلف عن سابقه في عدم اشتقاق الرياضة من المنطق ، إلا أنه فيما يختص بأسس المنطق لا يختلف عن اللوجستيقا كل الاختلاف بل يكمله ويزيد من دقته لأنه لم يزد عن كونه قد أوضح امكان الذهاب في تكوين الحدود والمسلمات الأولية التي يستند اليها المنطق الى أبعد مما وقف عنده برتراند راسل، ولذلك سمي ما بعد المنطق. فلقد بين برنيس Bernays مثلا في اكسيوماتيك من هذا النوع أن ثلاث مسلمات فقط يمكن أن تبرهن كل قضايا منطق راسل .

هذا ثم أن الأكسيوماتيك يفترض بكل تأكيد قدرا من المنطق حيث أن أحد شروط تأسيسه الثلاثة هو شرط عدم التناقض ، وهو شرط أساسي كما أنه

---

[1] محمد ثابت الفندي، انظر مناقشة هذه الشروط في كتابه، فلسفة الرياضة ، ص ٧٥-٨١

متضمن في الشرطين الآخرين [1] . فالمنطق مفروض مقدما في كل أكسيوماتيك ولذلك تعتبر النظرية الأكسيوماتيكيــــة تعميقاً للوجستيقا بشرط استبعــاد فكرة اشتقاق الرياضة منه .

(١) انظر المرجع السابق

١٥

بقي مذهب أخير في الصلة بين المنطق والرياضة هو المذهب الحدسي Intuitionism وامتداده المعاصر المذهب الحدسي الجديد New Intuitionism وهو مذهب يعتقه رياضيون معاصرون من أمثال بوريل Borel وبوانكاريه Poincaré ولوبيج Lebesgue وبير Baire في فرنسا (وهم الذين نعنيهم بالحدسيين) ومن أمثال بروور Brouwer ونايل Weyl وهيتنج Heyting في المانيا (الحدسيون الجدد) وغير هؤلاء ممن ائتلفوا على معـــارضة المذهبين السابقين: اللوجستيقي والأكسيوماتيكي . وهو مذهب لا يمكن إغفاله عند الكلام عن الصلة بين المنطق والرياضة لأنه يمثل موقف فريق من الرياضيين الذين يعنيهم الأمر في كل بحث يدور حول علمهم الرياضي العريق ولأنهم يعودون بعلمهم الى أصول غير منطقية هي الأصول «الحدسية» Intuitive التي هي من تقاليد الرياضة منذ الفيثاغوريين واقليدس . فهؤلاء جعلوا الهندسة ، أي علم الأشكال المكانية ، العلم الرياضي الأساسي ، وألحقوا به علم الأعداد (الحساب) الذي قصر عن اللحاق بالهندسة في دقتها وشمول نظرياتها بسبب ظهور مشكلة الأعداد الصماء Incommensurables فيه منذ بدايته. أنه طبقا للموقف الأقليدي هذا جعل كانط المكان والحدس المكاني شرطا قبليا في فكرنا لقيام العلم الرياضي[١] .

والحدسيون المحدثون في جملتهم يعنون «بالحدس» لا البداهة الديكارتية وإنما

---

(١) انظر الفقرة (٩)

المعنى الكانطي أي التجربة الحسية التي يبيحها لنا المكان القبلي لكي نتمثل الأشكال الرياضية ، تلك التجربة التي تقابلها وتناظرها التجربة الذهنية للاختبار المعملي في العلوم الطبيعية . فهم إذن رياضيون يقولون إن الرياضة لها «مادة» معينة ومن ثم فهي غير «صورية» بحيث تشتق من المنطق الصوري ، وأن تلك المادة إنما تحتاج الى «تجربة» من نوع خاص هي «الحدس الرياضي»، تلك التجربة التي هي السبيل الوحيد الى «الكشف الرياضي». والى قيام الرياضة كعلم أصيل مستقل عن المنطق والأكسيوماتيك معا . وما المنطق والأكسيوماتيك في نظر هؤلاء إلا الوسيلة العلمية « اللاحقـــة » «لاستعراض» أو « شرح » أو « بسط » تلك الكشوف والتجارب الرياضية الأصيلة في صورة واضحة يفهمها الآخرون الذين لم يكتشفوها . فهناك إذن فرق واضح بين منابع الرياضة وبين بسط الرياضة وتقديمها الى الآخرين ، فالمنابع تجريبية أو حدسية ، أما العرض اللاحق للتجربة أو الحدس فهو منطقي أو أكسيوماتيكي ولا فرق بينهما هنا .

هذا هو المذهب الخامس في صورته التي تستخلص من قدماء الحدسيين الذين استندوا الى كانط وعلى رأسهم هنري بوانكـــاريه Poincaré ممن يطلق على مذهبهم اسم « المذهب الحدسي » .

أما المذهب الحدسي الجديد فهو مذهب المعاصرين من أمثال بروور وفايل وهيتنج الذين باستنادهم الى الحدس أخرجوا من الرياضة المعاصرة كل ما لا ينبيء به الحدس ليجنبوا علمهم «النقائض الرياضية» Mathem. Paradoxes . والأخطاء الأخرى التي وقعت فيها الرياضة الحديثة منذ ظهور نظرية جورج كانتور Georg Cantor المسماة نظرية « المجاميع » Theory of Sets فأعطوا الحدس معنى خاصا وضيقا يميز مذهبهم الحدسي الجديد ويختلف من مؤلف الى آخر فلا توجد له وحدة في المعنى بينهم إلا في القول الغامض بأن « الرياضة متحدة بالجزء المضبوط من الفكر » Mathematics is identical with the exact Part of our thought وهم يقصدون بذلك أن الفكر إذا كان أحياناً « مضبوطاً » وبالغ الدقة فهذا هو موضوع الرياضة وموضع الحدس الرياضي . فهم إذن يواجهون الرياضة من زاوية نزعة «السيكولوجسم» التي سبق أن تحدثنا عنها في فصل صلة المنطق وعلم

النفس ، وقلنا عنها انها عيب في المنطق والفلسفة ، ويقربون من موقف كـــانط والحدسيين جملة من حيث اختلاط الرياضة بمادة فكرية ما. وإذا كانت الرياضة عندهم هي الجزء المضبوط من الفكر فهي لا تفترض كأساس لها أي علم آخر حتى ولو كان ذلك العلم هو المنطق كما يريد اللوجستيقيون . وإنه لمن الدور Circular أن يدعي أحد تطبيق نظريات ما من المنطق كوسيلة للبرهان في الرياضة لأن مثل تلك النظريات كما يتضح من المنطق في صورته اللوجستيقية أو الأكسيوماتيكية هي نفسها في تكوينها محتاجة الى تكوين الرياضة أولاً لأنها تحتاج الى فكرة «الفئة» Class وفكرة «الترتيب» Order وما ينشأ عنهما من سلسلة للأعداد وغير ذلك من الأفكار الرياضية . وإذن فإذا كانت الرياضة بهذا المعنى «أولي» وغير مقيدة بأي علم آخر فلا يبقى عندنا من منهج لها غير «الحدس» الذي يقدم إلينا التصورات الرياضية والاستنباطات الرياضية ، كأشياء أصيلة مباشرة واضحة في ذاتها . وهذا الحدس إن هو إلا المقدرة على معالجة بعض تصوراتنا واستنباطاتنا التي تحدث في تفكيرنا العادي معالجة منفصلة Separate ومضبوطة Exact ودقيقة .

تلك فقرات مقتطفة من هيتنج الذي يضيف كذلك كخاصية من خواص المذهب الحدسي الجديد أن الأمور التي هي موضوع الرياضة هي أمور مستقلة عن «التجربة الخارجية» كما أنها ليست «صورية» ولكنها مع ذلك هي أمور «موضوعية» Objective لا توجد مع ذلك إلا في الفكر .

لنلاحظ أخيرا أن تطبيق هذا المذهب المضطرب أدى بمعتنقيه الى نتائج وخيمة العاقبة على الرياضة كعلم عريق مجيد ، فقد قطع أنصاره أوصال هذا العلم الذي وحده كما رأينا «المذهب الحسابي» الذي أصبح من تقاليد الرياضة ، فأخرجوا الكثير من أجزاء الرياضة الهامة باعتبار أنها ليست من الرياضة في شيء ، ومثـــال ذلك الأعداد الدائرة والأعداد اللامتناهية وبعض الدوال التحليلية بل حتى نظرية المجاميع التي هي أطرف وأعمق اكتشافات الرياضة في عصورها الأخيرة نظرا لما جاءت به من حلول عجيبة في عمومها لأعوص مشاكل اللامتناهي Transfinite فتبقى بعد ذلك أجزاء متناثرة مبعثرة لا تلتئم معاً لتكوّن علما يسمى الرياضة بعد أن

قضي على المذهب الحسابي تماما. ومن جهة أخرى أضطر أنصار هذا المذهب الحدسي الجديد أن يلجأوا الى المنطق الصوري الجديد في كل أبحاثهم بحيث يبدو نقدهم للصلة بين الرياضة والمنطق في مأزق لا مخرج منه لأنهم يرفضون المنطق كأساس من جهة ، ثم هم يلجأون اليه من جهة أخرى لأقامة نظرياتهم. ولقد امتشق ديفد هلبرت قلمه مراراً ليردهم الى طريقته الأكسيوماتيكية .

تلك هي المذاهب التي تصطرع على مسرح الأبحاث فيما بين الرياضة والمنطق من صلة .

إذا أردنا الآن أن نستخلص بعض النتائج المتعلقة بالخاصية أو الصفة الرياضية للوجستيقا في ضوء المذاهب السابقة في الصلة بين المنطق والرياضة ، فيمكننا أن نستنتج النقط الآتية التي تحدد معالم اللوجستيقا كما سنشرحه هنا :

١ ـ لقد أكد اللوجستيقا أنه نظرية حسابية فالصلة بينه وبين الرياضة لا يمكن أن تكون صلة تشابه في المظهر ، ولا صلة اتحاد بينهما أو صلة قطعية واستقلال. وإنما هو فقط نظرية رياضية من نوع خاص كغيرها من النظريات الرياضية .

٢ ـ هذه النظرية الرياضية يمكن أن تعالج لذاتها وبغض النظر عن اشتقاق الرياضة منها فهذا الاشقاق أمر زائد عن حاجة النظرية ولا يهم المنطق من حيث هو كذلك .

٣ ـ هذا المنطق هو في نفسه نظرية استنباطية تبرهن قضاياها أو قوانينها ابتداء من مسلمات (أكسيوماتيك).

الفصل السادس

التعريف باللوجستيقا

(١٦) اللوجستيقا ، اقسامه وتعريفه .
(١٧) الثوابت والمتغيرات .
(١٨) الثوابت اللوجستيقية والمنطق الرواقي .

١٦

بعد أن درسنا خصائص المنطق الرياضي من خارجه في ضوء منطق الفلاسفة وفي صلاته بعلم النفس والميتافيزيقا والرياضة ، نشرع الآن في دراسة خصائص تركيبه أو بنائه الداخلي ، أعني أسسه وأصوله التي يستند اليها كعلم من العلوم .

ولما كان من الأوفق أن نسمي هذا المنطق، الذي سنشرح أصوله، باسم «اللوجستيقا» Logistic فقد وجب التعريف بهذا الاسم منذ البداية .

إن لفظ Logistica معروف عند القدماء وهو يعني الحساب ، وعلى وجه أدق يعني تلك الجداول ذات النفع العملي التي يتداولها المساحون والحاسبون قديما ليجدوا فيها نتائج العمليات الحسابية المختلفة جاهزة ومعدة دون تكبد المشقة في اجرائها (كجداول اللوغارتمات الآن).

ثم نجد اللفظ بعد ذلك عند الرياضي والفيلسوف ليبنتز يدل على المنطق في صورته الرياضية كما تصورها هو . وكان تصوره أن هذا العلم هو حساب للأفكار وأنه أعم العلوم .

وفي العصر الحاضر جرى استعمال هذا اللفظ في القارة الأوروبية دون أنجلترا ، بعد ظهور كتابات راسل في المنطق الرياضي ، وذلك ليدل على المعنى الذي قصده ليبنتز تقريبا ، وكان بعث هذا اللفظ من جديد للدلالة على هذا

المعنى راجعاً الى اقتراح الفلاسفة لالاند Lalande وكوتوراه Couturat واتلسون Itelson في مؤتمر الفلسفة الدولي عام ١٩٠٤ .

. وهناك ألفاظ أخرى استعملت للدلالة على هـــذا العلم في أوقات وفي بلاد مختلفة : منها المنطق اللوغـــارتمي Logique Algorithmique وجبر المنطق Algebra of logic والمنطق الرمزي Symbolic logic والمنطق الرياضي Mathematical logic .

الأول ظهر في بلجيكا في آخر القرن الماضي وأهمل استعماله. والثاني يطلق على مرحلة أولى من مراحل تطور المنطق الحديث أعني ، على منطق جورج بول Boole ومدرسته من أمثال ماكول MacColl وفن Venn وشرويدر Schröder وكوتوراه Couturat ذلك المنطق الذي اقتصر على إدخال الرموز وبعض العمليات الرياضية على المنطق القديم فنشأ بذلك جبر جديد هو واحد من أنواع الجبر العديـــدة التي نشأت في منتصف القرن الماضي .

والثالث يطلقه المناطقة الأنجلو سكسون على جميع مراحل المنطق الحديث منذ جورج بول الى الوقت الحاضر ولا يزال يستعمل بنجاح منذ صدور «مجلة المنطق الرمزي» Journal of Symbolic logic في عام ١٩٣٧ بأمريكا . وألاحظ أني قلت «المناطقة» ولم أقل «الرياضيين» لأن الاصطلاح الرابع شائع بين الرياضيين ، وهو من وضع الرياضي الإيطالي بيانو Peano ، وشاع استعماله بفضل تلاميذه من أمثال فيلاتي Vailati وفيرونيز Veronese ، ولكن بصفة خاصة بفضل اختيار برتراند راسل Russell له في كل كتاباته التي لها الفضل في إرساء قواعـــد هذا المنطق وأسسه بصفة نهائية .وهؤلاء جميعا يدلون بالأصطلاح الرابع على المنطق في مرحلته الأخيرة التي ندرسها الآن ، أعني على المنطق منذ بيانو وتلاميذه وخاصة منذ راسل الى اليوم . وبذلك هو اصطلاح يرادف لفظ لوجستيقا الذي شاع عند مؤلفي القارة الأوروبية منذ عام ١٩٠٤ .

ولكن اصطلاح المنطق الرياضي قد يؤدي الى التباس لأنه يوهم منذ البداية بأنه

منطق خاص بالرياضة وحدها، في حين أن المقصود هو أن المنطق نفسه قد أصبح في ذاته نظرية رياضية يجري الاستنباط فيها على أسس حسابية ويستوعب أنواعا من الاستنباط الأخرى غير القياس ، كما تسمح في الوقت نفسه بأن تستنبط الرياضة منها باعتبار أن الرياضة صورية وترد الى المنطق الصوري . ونحن دون أن نستبعد استعمال هذا الاصطلاح ، إلا أننا نفضل استعمال لفظ « لوجستيقا » منعا لكل التباس للدلالة على المنطق الذي نحن بصدد دراسته هنا ، ونستعمله في صيغة المذكر لأننا نضمر دائماً كلمة «علم»(اللوجستيقا). حقيقة أن العبارة المركبة « النظرية اللوجستيقية» Logistic theory شاع استعمالها عالميا للدلالة لا على المنطق وحده وانما كذلك على اشتقاق الرياضة من المنطق وعلى حل نقائص الرياضة الحديثة بأقامة نظرية أخرى لهذا الغرض سماها راسل نظرية الأنماط Theory of Types [1]. رغم هذا ننبه أننا سنستعمل الأصطلاح المنفرد للدلالة على المنطق وحسب كما هو حادث عند كثير من المؤلفين .

وفي نطاق هذا المعنى المنطقي وحده تنطبق كلمة اللوجستيقا على أنواع من الحساب تؤلف فيما بينها أقسامه المختلفة التي تقوم كطوابق بعضها فوق بعض وتستند كلها بطريق الأشتقاق (التعريف والاستنباط) الى القسم الأول منها الذي هو أبسطها وأعمها ولا يعالج الا القوانين والعلاقات الاستنباطية القائمة على قيمتي الصدق والكذب المنطقيتين في القضايا المختلفة . وسبب اختلاف الحساب المنطقي الى طوابق هو أن الحساب الأولي منها يعالج أقل عدد من الثوابت المنطقية التي تقوم بين الصدق والكذب ، وكل حساب لاحق يدخل ثابتا جديدا أو أكثر يشتق بالتعريف مما سبقه من الثوابت الأولية القليلة، كما تبرهن قضاياه بالاستنباط من قضايا ما سبقه من أنواع الحساب ، هذا وتؤلف أنواع الحساب المختلفة نسقاً واحداً يستند برمته الى ثوابت وقوانين الحساب الأولي .

ويمكن تمييز أنواع الحساب الآتية :

---

(١) محمد ثابت الفندي في كتابه فلسفة الرياضة ص ١٢٥

(١) حساب القضايا الأولية Calculus of Elementary Propositions وهو أول الأقسام وأبسطها تؤخذ فيه كل «قضية» مهما كانت ككل أووحدة لا تنقسم، فلا نميز فيها بين موضوع ومحمول فيعبر اللوجستيقا عن القضية كوحدة بحرف ما فيدرس القوانين الاستنباطية بين قضايا من هذا النوع .

(٢) القسم الثاني هو قسم الدوال القضائية Propositional Functions وفي هذا القسم ينظر في القضية الحملية الكلية وفي تحليلها وتسويرها ، فتنشأ علاقات أخرى مناسبة للقضية الحملية التي هي موضع النظر في قسم متأخر من اللوجستيقا وكانت تؤخذ خطأ نقطة البداية في المنطق التقليدي . ويصبح الحساب هنا أكثر تعقيداً من سابقه .

(٣) القسم الثالث «حساب الفئات» Calculus of Classes (٤) والقسم الرابع حساب العلاقات Calculus of Relations وهما قسمان منفصلان فيما بينهما ويتصلان أيضاً بقضايا العلوم الرياضية حين اشتقاقها من المنطق في نسق برتراند راسل . وفي هذه المرحلة من النسق المذكور لا نستطيع أن نقول أين انتهى المنطق وأين بدأت الرياضة .

ونحن سنكرس الأنتباه من الآن الى القسم الأول ، وهو حساب القضايا الأولية أو الابتدائية ونحصر عرضنا للوجستيقا على هذا الحساب وحده ، لأنه الحساب الذي تظهر فيه العمليات المنطقية الأساسية ، وقوانين الاستنباط على أوسع مدى (نحو ٤٠٠ قانون) لا يستغرق القياس الأرسطي من بينها غير قانونين أثنين فقط

نريد الآن أن نُعرّف اللوجستيقا تعريفاً وصفياً يصف «خصائصه» كنظرية من النظريات ومميزات تكوينه الداخلي ، لأننا نريد في مرحلة أولى من عرضنا للوجستيقا أن نعرضه في ضوء «خصائصه» الداخلية الواحدة بعد الأخرى ، فنعرض كل خاصية منها منفصلة وفي ضوء تاريخها في الفكر الفلسفي (وهذا ما حددناه في منهجنا من قبل حين قلنا أننا ندرس المنطق في حالة تطور) كما أننا نريد أن نتتبع

هذا التطور في الفكر الفلسفي لكي نرى بوضوح دواعي نشـأة هذا المنطق عند الفلاسفة قبل الرياضيين .

في محاولة تعريف المنطق تعريفا وصفيا يمكن القول بأنه نظرية أستنباطية لقوانين الأستنباط ، أو أنه علم الأستنباطات التي تعرض استنباطيا ، أو على نحو أكثر تفصيلا : « نظرية حسابية موضوعها قوانين الأستنباط التي تتوصل اليهـا النظرية أستنباطيا (أي بالبرهان) » .

هذا التعريف الـذي نضعه هنا وضعا هو الذي نريد الآن تبريره وشرحه لبيان الخصائص البارزة التي تميز البناء اللوجستيقي من داخله .

إن التعريف الأخير ضمناه خصائص هامة : —

أولا : ضمناه فكرة «نظرية حسابية» وتلك فكرة أحد معانيها أننا سنكتب بالرموز التي بعضها «متغيرات» وبعضها «ثوابت» وفيما يختص بالثوابت المنطقية سنرجع في مغزاها الى المنطق الرواقي .

ثانيا : نظرية حسابية معناها أننا نريد أن نتناول كل مسائل المنطق تناولا آليا ، ولما كان الحساب خاصاً بقوانين الاستنباط وهي أعم القوانين جميعها فان هذه النظرية تتقدم إلينا كأعم حساب أو علم للأنسان ، أو كما اصطلح منذ العصور الوسطى كعلم كلي Universal Science . وهذة الفكرة نجدها عند ريموند لول R. Lulle وديكارت وليبنتز ولكن لم تأخذمعناها الحقيقي والواقعي إلا مؤخراً بظهور اللوجستيقا الذي هو أعم العلوم من حيث أن قوانينه أعم القوانين .

ثالثا : إن هذه النظرية تقدم الينا قوانين الأستنباط على نحو في ذاته استنباطي أي برهاني بحيث لا نتبل بالبداهة أو الجدل الفلسفي قضية على أنها حقيقة ، بل لا بدمن البرهان على كل قانون في المنطق ، وهذا ما لم يفعله المنطق التقليدي ، وهنا سنرى أن أرسطو وأقليدس هما واضعا فكرة النظرية الاستنباطية بهذا المعنى وهو ما اشتهرت به الرياضة وحدها دون المنطق .

١٧

في ضوء التعريف التي ضمناه خصائص ثلاث للوجستيقا نشرع الآن في تناول الخاصية الأولى وهي أنه باعتباره نظرية حسابية فأنه أدخل أستعمال الرموز المتغيرة Variables والثابتة . Constants .

إن التمييز بين هذين النوعين من خصائص الفكر العلمي الحديث . وفكرة المتغير ترجع الى أرسطو الذي رمز بحروف الهجاء اليونانية الكبيرة إلى حدود القضية القياسية . ولم يفد منها المنطق بقدر ما أفادت الرياضة إذ استطاعت هذه بفضل إدخال المتغيرات أن تتطور من الهندسة الى الحساب الى الجبر الى التحليل بكل دواله وأعداده ، أعني من النظر في الأشكال الى النظر في كم غير معين ومن ثم فهو مجرد وعام يشار اليه بحرف من حروف الهجاء . بينما المنطق الأرسطي يمكن أن يستغني عن الرموز ويبقى هو هو لارتباط القياس بمعاني الألفاظ . والحرف الهجائي في القضية المنطقية أو الرياضية ليس اسماً لشيء ما بالذات انما هو اسم لممكنات كثيرة غير محصورة ولا منظورة إذا وضع واحد منها مكان المتغير سمي «قيمةالمتغير» Value of the variable ، فيتحدد المتغير . وبما أن المتغير بالغ التجرد والعموم أي لا معنى له اذ هو مجرد رمز صوري ، فهو يعين الفكر على الحساب الآلي .

وقد عرف جبريو المنطق فكرة المتغيرات في منطقهم ،ولكن بيانو Peano هو الذي توسع في استعمال المتغيرات في المنطق حتى تستطيع قضايا المنطق التعبير

بسهولة عن قضايا الرياضة واستعابها تماماً وهذا ما بينه هو بقوة في الطبعات المتتابعة لكتابه المشهور المسمى Formulaires de Mathématiques .

ويستعمل اللوجستيقا الآن ترقيما أبجديا يختلف باختلاف أقسامه . ففي حساب القضايا الأولية يستعمل الحروف اللاتينية الصغيرة ابتداء من p بحيث يدل كل حرف على قضية منفردة: مثلا p على سقراط فيلسوف، q على سقراط أثيني وهكـــذا . ونحن سنستعمل بدلا عنها الحروف العربية ن، هـ، و، ي . لأنها حروف تكتب على نفس السطر ومن ثم فهي أكثر ملاءمة من حروف أخرى تعلو أو تنخفض عن السطر .

وفي حساب الفئات تستعمل أوائل الحروف الصغرى اللاتينية ابتداء من a للدلالة على الفئات ، مثلا a للدلالة على طلاب فرقة اللوجستيقا .

أما الحروف اللاتينية الصغرى الأخيرة وهي x y z فهي تدل على متغيرات العلاقات .

تلك هي بعض متغيرات اللوجستيقا التي تجعله يحرر الفكر المستنبط من النظر في معاني الألفاظ التي تعيقه عن تأمل العلاقات المنطقية الخالصة كما تجعل الفكر يعمل بطريقة آلية طبقا للقواعد التي تسيطر على علاقات الرموز .

أما فيما يختص بالثوابت المستعملة في التفكير العلمي فهي على نوعين : النوع الأول هو الثوابت الخاصة بكل فرع من فروع العلم على حدة وتخصه دون غيره فالطبيعيات لها ثوابتها وكذلك الرياضيات .

أما النوع الثاني من الثوابت فيتألف من ألفاظ ذات صفة أعم جدا من ثوابت كل علم على حدة ، ولذلك فهي موجودة ختما في كل علم كما توجد دائما في استعمالنا العادي ، وهي ألفاظ تمثل وسائلنا في نقل أفكارنا الى الآخرين وفي ربط بعضها الى بعض حين نستدل في العلم أو في الحياة اليومية ، وتلك الألفاظ مثل: «لا» (النفي) ومثل «و» (العطف) ومثل «أو» (الفصل) ومثل «إذا ... فـ ... »

(الشرط وجوابه) ومثل «هو» أو «يكون» is, est ومثل «كل» و «بعض» . وقد حصر برتراند راسل أهمها في ثلاثة عشر ثابت .

وهناك علم هو المنطق الذي هو أساس كل تفكير رابط موضوعه هو تحديد معاني تلك الألفاظ والصلات التي توجد بينها عندما تتركب معا مما يؤدي الى استنباطات . ومن بين هذه الألفاظ يوجد عدد يسير له أهمية خاصة لانه بمثابة عمليات في المنطق كالعمليات في الرياضة Operations ولأنه أبسط من غيره بحيث يرد اليه غيره بالتحليل المنطقي وهذا العدد اليسير هو ثوابت حساب القضايا الأولية الذي نحن بصدده ؛ ونذكرها فيما يلي :

١ — النفي أو السلب Negation وعلامته —

مثلا أذا كان حرف ن يعني : « سقراط فيلسوف » فأن الصيغة :

— ن

تعني : «ليس سقراط فيلسوفاً». وفي هذه الحالة تقرأ— ن بعبارة « ن قضية كاذبة» وذلك بالنسبة إلى أن ن قضية صادقة ، ألا أذا نبه إلى عكس ذلك .

٢ — الفصل Disjunction المعبر عنه لغوياً بلفظ « أو » وكذلك « إمّا .. وإما... » وحيث أن الفصل يقع بين قضيتين فأنّه يسمى أيضاً القضية المنفصلة Disjunctive Proposition ، ويرمز اليه بالرمز ٧

فقولنا: سقراط فيلسوف «أو» رياضي ، تكتب رمزاً :

ن ٧ هـ

وهذه العملية المنطقية تناظر الجمع في الرياضة ولذلك يسمى الفصل أيضاً « الجمع المنطقي » Logical Addition وهذا ما سنتبينه فيما بعد .

٣ — الوصل أو العطف Conjunction المعبر عنه لغوياً بحرف العطف «و» وحيث أنه يقع بين قضيتين ويؤلف بينهما فانه يسمى كذلك « القضية المتصلة » (Conjunctive Proposition) ويرمز اليه بنقطة هكذا .

فقولنا سقراط فيلسوف «و» رياضي تكتب رمزاً :

ن . هـ

وهذه العملية تقابل الضرب في الرياضة وهذا ما توحيه كذلك علامتها وهي النقطة ، ولذلك تسمى ايضاً الضرب المنطقي Logical Multiplication

٤ — التضمن أو اللزوم Implication المعبر عنه لغة بلفظي الشرط وجوابه وهما « أذا .... ف .. » أو «أذا .. فاذن ...) وتسمى أيضاً القضية الشرطية . وشرح التضمن عسير بعض الشيء ولكن يمكن القول جملة بأنه علاقات بين قيمتي الصدق والكذب في كل من الشرط وجوابه ، يتوقف عليها (أي على تلك العلاقات) قيمة القضية الشرطية برمتها ، وعلامته الرمز c فقولك: أذا كان سقراط هو الفيلسوف فهو الذي تجرع السم ، تكتب رمزاً :

ن C هـ

مع العلم بان الرمز c يكتب مع الحروف اللاتينية متجهاً إلى اليسار وعلى عكس ما كتبناه هنا .

٥ — المساواة Equality وهو ثابت مـألوف لنا في الرياضية ويقوم بين قضيتين تشتركان معاً في قيمتهما إن صدقا وإن كذبا ، دون الأشتراك في المعنى ، فقولنا « سقراط فيلسوف » يمكن من حيث أنها صادقة أن تقوم المساواة بينها وبين أية قضية صادقة أخرى مثل « الشمس محرقة » ولكن لا تقوم المساواة بينها وبين « الشمس باردة » لاختلاف القضيتين من حيث القيمة . وتمييزاً للمساواة المنطقية عن مثيلتها في الرياضة جعلت علامة المساواة المنطقية ثلاثة خطوط متوازية بدلا من خطين . ولكن تسهيلا للمطبعة نكتبها تماماً كما في الرياضة كالآتي :

ن = هـ

هناك ثوابت لا تظهر إلا في الأقسام اللاحقة من اللوجستيقا ، ولكن الثوابت القليلة السابقة هي التي تظهر في القسم الأول منه (في حساب القضايا الأولية)

ويمتد استعمالها إلى كل انواع الحساب الأخرى ، كما تقوم في اللوجستيقا مقام العمليات الرياضية الأساسية المعروفة التي تظهر في كل مراحل الجبر والتحليل ، لأنه يجب بمناسبة العمليات الرياضية التمييز بين الثوابت التي هي عمليات Operations كالتي ذكرناها بالنسبة إلى المنطق ، وبين الثوابت الأخرى التي تشير إلى أفكار أو مبادىء في نظرية ما مثل علامة الجذر التربيعي أو علامة الدالة . فالثوابت التي هي عمليات أعم وأشمل .

هناك ملاحظات هامة نبديها في هذه المناسبة بشأن تلك الثوابت التي عنى بها اللوجستيقا في خطوته الأولى .

أولاً : نلاحظ أن القضية الحمليـــة (Predicative Proposition) التي تتألف من حدين كليين يقبلان التسوير بكل وبعض ، والتي يبدأ منها المنطق التقليدي موضوعاته ، ويقوم عليها القياس ، قضية استبعدت هنا من القضايا التي هي موضع النظر في هذا الحساب الأول . غير أنها ستظهر في حساب لاحق وذلك لأنه اتضح من تحليلها الرمزي أنها قضية ليست بالبساطة التي توهمها المنطق التقليدي حتى يبدأ منها المنطق .

ثانياً : أن القضية المتصلة والقضية المنفصلة أصبحتا هنا مستقلتين تماماً أحداهما عن الأخرى بحيث لا يصح اجتماعهما معاً في القضية الشرطية كما فعل المنطق التقليدي ، وذلك لأن القضيتين الأوليين يؤديان إلى نتائج متمايزة وقوانينهما مستقلة بعضها عن بعض كما يتمايز الجمع عن الضرب وتختلف قوانينهما. وهذا ما سنتبينه عندما نتكلم عن قيم الصدق في كل منهما .

ثالثاً: القضية الشرطية (التضمن)التي قسمها المنطق التقليدي إلى متصلة ومنفصلة ولم يجعل لها بذلك كيانا مستقلاً عنهما ، ثم ردها مع ذلك إلى الحملية ، فاشتق نتيجة لهذا القياسات الشرطية من القياسات الحماية ، هذه القضية الشرطية أصبحت الآن متميزة لها قوانينها ونتائجها الاستنباطية ومستقلة عن الحملية كما هي مستقلة عن كل من المتصلة والمنفصلة . فاستقلال هذا القضايا أصبح أكيداً

بعد التحليل الرمزي ، وضرورياً لإقامة الحساب المنطقي .

رابعاً : ثابت المساواة هو نوع خاص من الشرطية ، وهو واضح الأهمية في التفكير الرياضي والعلمي الذي يستعمله على أوسع مدى ، ولم يكن معروفاً في المنطق التقليدي و بالتالي لم يكن أساساً للاستنباط فيه لذلك انحصر فيه الأستنباط في القياس وحده المبنى على تداخل الأنواع والاجناس . ولكن النظر في هذه العلاقة الهامة في الفكر العلمي الذي يستنبط على أوسع مدى أصبح من الضرورة بمكان ، حتى يستطيع علم الاستنباط أن يستوعب حقاً قوانين الإستنباط الممارسة فعلا في العلوم كلها .

تلك هي الملاحظات الهامة التي تمسكنا بعدم اغفالها حتى نلمس فارقاً جوهريا بين نقط البداية في كل من المنطقين التقليدي واللوجستيقي .

خامسا : أن تخصيص رموز للثوابت المنطقية كالتي بسطناها أكسب المنطق قدرة على التحول إلى حساب . ومع أن المنطق التقليدي كان يعرف أكثر هذه الثوابت (ولو كانت معرفة خاطئة) منذ الرواقية إلا أنه لم يستطع أن يتحول إلى حساب لأنه إما أنه كان يعبر عن تلك الثوابت بألفاظ اللغة وإما أنه كان يفترض معرفتها معرفة ضمنية دون أن يعبرعنها، وفي الحالين يمتنع الحساب. خذ مثلا السلب في القضية اللغوية الآتية : إن الفدائي لم يقتل أمس في المعركة ، وتأمل اللبس الذي يحدث عند الإمعان في صورتها اللغوية فهي تحتمل أن الفدائي لم يقتل أبدا ، أو أنه قتل فعلا ولكن ليس بالأمس ، أو أنه قتل فعلا بالأمس ولكن ليس في المعركة . وكل هذه الاحتمالات تورط أشد تورط في الإستنباطات. أما في حالة اللوجستيقا فإن استعمال رمز النفي قبل القضية ككل مجمل يمثله حرف واحد كما في الصيغة ـــ ن فأنما ينفي القضية برمتها ، ويسهل عند النظرة الأولى لتلك الصيغة أدراك العملية المنطقية المقصودة دون أدنى ألتباس وهي عملية النفي .

١٨

أما كيف عُني اللوجستيقا بمثل ذلك النوع من الثوابت (النفي ، الانفصال ، الاتصال ، التضمن ، المساواة) دون العناية منذ البداية بغيرها أو بالقضية الحملية القائمة على تصورات عامة التي أهتم بها المنطق التقليدي ، فذلك لا يرجع إلى كونها عمليات حسابية فحسب كما اتضح من تحليلها عند جبريي المنطق منذ ليبنتز ، وأنما أيضا إلى أنها أوسع الألفاظ التي يجري بها الأستنباط كما يتضح من المنطق الرواقي الذي أصبحت له الصدارة في المنطق الحديث . لذلك نعود أدراجنا ألفي سنة إلى الوراء لنجد في الفلسفة الرواقية أساساً لهذه الثوابت [1] ولو أراد مؤلف أن يكتب في تاريخ المنطق قبل ظهور جبر المنطق واللوجستيقا لما وسعه إلا أن يغفل عن عمد منطق الرواقيين (Stoics) وأن يصفه كما فعل مؤرخو الفلسفة من أمثال فرانك Frank (في قاموسه الفلسفي) وبرانتل (Prantl في تاريخه للمنطق) وتزلر Zeller (في تاريخه للفلسفة) بأنه نوع من اللغو والتعمية . ولكن نشأة المنطق الحديث برأت الرواقية وأعادت إليها قيمتها .

أن الطبيعيات الأيونية التي عاصرت أرسطو وأقليدس انتظمت في صورة كزمولوجيا وعلم طبي يحملان في طيهما منطقا لا يقوم على التصورات العامة أو

(١) في التقريب بين منطق الرواقيين واللوجستيقيين انظر Antoinnette Raymond في كتابها عن المنطق الرواقي ، وكذلك مقالها عن الموضوع نفسه في اعمال مؤتمر الفلسفة المنعقد في باريس ١٩٣٥ ، الجزء الثامن

الحدود الكلية كما هو الشأن في القياس عند أرسطو. وأنما على أحكام « مخصوصة » (Singular) وتجريبية (Empiric) في آن واحد.

فزينون Zenon (الرواقي) وخريزيب Chrysippe وغيرهما من الرواقيين أكثروا من الكتابة في الأمراض ومن ثم جاء اتجاهم التجريبي الذي تعكسه لنا نظريتهم في المعرفة تلك النظرية التي يقدم إليها منطقهم : هم يقولون ان المعرفة تأتي من الأثر الحاصل عندنا من موضوع خارجي ويسمون هذا الأثر «صورة» (Image)، ثم من « القول » Lecton المعبر عن تلك الصورة والذي هو تعبير عنها بكل ما هو فيها من جزئي شخصي. فقد يقع سقراط فوق الأرض أو يمرض أو يضحك أو يكون جميلا. كل تلك الأحداث التي يعبر عنها منطق أرسطو بمحمولات أو تصورات كلية مع الاستعانة بالرابطة (فعل الكينونة) يجب أن تبقى من وجهة نظر الرواقيين المنطقية شخصية أي مخصوصة في عبارتها (أي في القول) لأن سقراط كما يؤديه لنا الأثر الحاصل منه لا يقع كل أنواع الوقوع كما أنه لا يقع في عين الوضع الذي يقع فيه آخر. كذلك هو لا يمرض ولا يحصل على الجمال الذي لغيره. وعلى هذا « فالأقوال » (Lecta) كما تصورها الرواقيون كلها مخصوصة ورموا بذلك إلى أن لا يتعرضوا لنقائض (Paradoxes) اشتراك المعاني (Participation of Ideas) الأفلاطونية ، لأن تلك النقائض انما هي مرتبطة في الحقيقة بتحليل الحكم إلى موضوع ومحمول كليين : اذا كان سقراط جميلا فهل هو حاصل على الجمال كله أو بعضه ؟ فأن كان كله فكيف يكون غيره جميلا؟ وأن كان بعضه فكيف يوصف بالجمال كله؟ تلك النقائض تتلاشى في رأي الرواقيين اذا اعتبرنا كل حادث في نفسه وفي مميزاته الفردية. وهذا يقتضي أن يكون « القول » غير مشتمل على محمولات كلية. وقد زعم الرواقيون أن هذا يتم باستعمال الأفعال بدلا من الصفات مع التخصيص باسم الاشارة كأن يقال مثلا : سقراط يضحك هذه الضحكة. بل اشتطوا في الحيطة من الوقوع في الكليات إلى حد أنهم أكتفوا من الموضوع بضمير الأشارة طلبا في عدم

الخروج عن ضرورات المذهب التجريبي الناتج عن طبهم أي عن ضرورات التشخيص الطبي للعلاج ، فقالوا مثلا : هذا يضحك هكذا (أي يأتون بالضحكة ذاتها) وغير ذلك من الأقوال التي لا تتأتى بالعربية لاستعمال ضمير الغيبة المفرد المستعمل في اللغات الآرية كأن يقال : هي تمطر أو هي مضيئة (أعني الدنيا ...)

هنا نلمس أول قرابة بين الرواقيين واللوجستقيين كما يمثلهم برتراند راسل . فالرواقيون أولا وقبل كل شيء قد حولوا النظر المنطقي من التصورات (الكليات) (Concepts) التي كان يبدأ بها المنطق التقليدي إلى الأقوال أو الأحكام أو القضايا (Propositions) ، كما أنهم قبلوا كمادة أولى لمنطقهم الأحكام المخصوصة ، أي « الذرية » (Atomic) كما سيقول راسل فيما بعد ، فاللوجستيقا يبدأ كما رأينا بحساب القضايا الأولية التي بعضها مخصوصة أو ذرية ، وبعضها الآخر مؤلف من قضايا ذرية ، ولهذا السبب كان اللوجستيقا بمثابة تجديد للناحية التجريبية في المذهب الرواقي أذ أن كل استدلالاته ترد آخر الأمر إلى وقائع شخصية (أي قضايا ذرية) . وأذا أدعى اللوجستيقا أنه مستقل تماما عن كل نظرة ميتافيزيقه ، فأنا نرى بوضوح تام الآن أنه لم يتخل قط عن القاعدة الميتافيزيقية التي تجعل نقطة البداية فيه أي قضاياه الذرية معبرة مباشرة عن العالم الخارجي ،ومن ثم جاء كونها كلها « صادقة » في ذاتها (وهذا هو المذهب التجريبي المألوف في أنجلترا) ولذلك وجب عليه إدخال النفي عليها بعد ذلك للحصول على القضايا الكاذبة ، أي المنفية . لذلك رفضنا سابقا ادعاء اللوجستيقا استقلاله عن الفلسفة . والفارق الوحيد بين موقف اللوجستقيين والرواقيين حيال الأحكام الذرية هذه هو أن اللوجستيقيين تناولوها بآلة رمزية محكمة أحكام الآلة الرياضية [1] .

— ولكن المنطق الرواقي لا يكتفي بتسجيل الوقائع الذرية فحسب بل هو يستنتج من واقعة مشاهدة حاليا واقعة أخرى يمكن أن تشاهد ، وتوجد في كل

---

(1) Th. Greenwood في كتابه Les Fondements de la logique Symbolique ، باريس ١٩٣٩ ص ٣٥

اللغات كلمات تؤدي هذا الغرض الاستنتاجي . وذلك لكونها تربط بين قضية وأخرى وقد عرفها نحاة اليونان، واستوحى الرواقيون تلك التعاليم النحوية واتخذوا أسسا للاستنتاج عندهم كلمات مثل : أذا — أو — و — لأن ... وغيرها وألفوا بواسطتها مقدمات قياسية تتكون من قضايا ذرية وتخالف مقدمات القياس الارسطي من جهة أنها لا تتضمن حدوداً كلية وبالتالي هي قضايا غير الحملية التي عرفها وحدها أرسطو . وأهم تلك المقدمات التي تهمنا من وجهة نظر اللوجستيقا الآن ما يأتي :

(أ) — القضية المتصلة (Conjunctive) التي تربط واقعتين بكلمة « و » ومثلها عندهم (هي نهار « و » هي مضيئة) .

(ب) القضية المنفصلة (Disjunctive) التي تربط واقعتين بكلمة « أو » (هي نهار « أو » هي ليل) .

(جـ) القضية الشرطية (Hypothetic) التي تربط بكلمة « اذا » واقعتين (أذا هي نهار فهي مضيئة) .

أن انتباه الرواقيين إلى مثل هذه القضايا يفصح عن عقلية تبحث عن الصلات بين الأحداث والوقائع لا بين الأفكار والتصورات . يقول اميل برهييه E. Bréhier « تلك لغة مناطقة استقرائيين تؤدي بنا إلى رؤية عالم مكون من وقائع يتسلسل بعضها من بعض ويخالف بالمرة العالم الارسطي [عالم التصورات الكلية] »[1] .

ولقد ضم المناطقة اللاحقون تلك القضايا الرواقية إلى المنطق الموروث عن أرسطو ، وأطلقوا اسم القضية الحملية .Categoric Prop على القضايا التي عالجها أرسطو تمييزا لها عن القضايا الرواقية . ولكن هذا التمييز ظاهري فحسب اذ أنهم عاملوا القضايا الرواقية معاملة الحملية سواء بسواء ، فلم يعترفوا باستقلال كل نوع من تلك القضايا الرواقية بقوانينه كما رأينا .

هذا ولما طبق ليبنتز العمليات الرياضية كالجمع والضرب في معالجة الأمور

(١) E. Bréhier في كتابه .Histoire de la Philos جـ١ ص ٥١ .

المنطقية ، ثم لما رأت مدرسة بول أن الضرب يقابل اصطحاب حكمين صادقين (Simultaneous Affirmation) المعبر عنه بكلمة « و » ، وأن الجمع يقابل الانفصال بين حكمين (Alternative Affirmation) المعبر عنه بكلمة « أو » ، وأن تضمن حكم لآخر (Implication) هو المعبر عنه بكلمة « اذا » ، لما عرف كل ذلك وضبطت قواعد الحساب المنطقي في أواخر القرن الماضي ، عندئذ فقط تنبه البحاث إلى استقلال القضايا الرواقية عن الحملية الأرسطية ، وإلى صدارتها في المنطق . وهذا وجه آخر للقرابة بين المنطق الرواقي واللوجستيقا ذلك لأنه في كل من المنطقين أنما تتألف هذه القضايا المركبة من القضايا الذرية بواسطة العلاقات المذكورة التي عبرت عنها : و ، أو ، أذا . وكما أن من الذرة يتألف الجزيء فقد أطلق راسل اسم القضايا الجزيئية (Molecular Propositions) على تلك القضايا المركبة بواسطة الكلمات المذكورة . وهذان النوعان من القضايا (الذرية والجزيئية) يؤلفان معا القضايا الأبتدائية أو الأولية Elemenary Propositions التي هي موضوع الحساب المنطقي الأول الذي نحن بصدده .

أن هذا التطور اللاحق الذي أصاب القضايا الرواقية لم يكن بالطبع متوقعا عند الرواقيين . والواقع أن كل فكرة تبدأ عند فيلسوف ما لا تفهم قيمتها الفلسفية وأهميتها إلا في آخر مراحل نضجها عند لاحقيه، وإلى مثل هذا أشار كانط بقوله « أننا نفهم الآن أفلاطون أكثر مما فهم نفسه : فهو كثيرا ما أساء فهم نظريته في المثل بل وكثيرا ما عبر عنها بنقيض ما أراد »... وهذا هو شأن القضايا الرواقية التي أصبحت لها الآن الصدارة دون الحملية ، والتي هي الأمر الذي ينقص حقيقة منطق أرسطو فانتظر المنطق طويلا تلافيه وتصحيحه . وفي هذا المعنى نختم بعبارة نقتطفها من المؤلف الايطالي أنريكس Enriquès في كتابه «تطور المنطق» حيث يقول «أن نقد التجريبيين الانجليز من بيكون إلى ميل لنظرية القياس الأرسطية ، ذلك النقد الذي عارض الأستنباط بالأستقراء قد أخفى عن الأنظار العيوب الحقيقية في تحليل أرسطو للاستنباط ... كما أن الآراء المقتضبة

التي جاء بها أرسطو عن الاستقراء ... لا يمكن أن تحل محل تحليل العمليات المنطقية الهامة التي تمثلها كلمات مثل « أو » و « و » وغيرهما ... التي تستعمل إلى جوار القياس في كل استنباط رياضي »[1] .

وأذن فأهمية الرواقيين من وجهة النظر الحديثة أننا نجد في مذهبهم الدواعي الفلسفية البحتة لأصول العمليات المنطقية التي تعبر عنها مثل تلك الكلمات .

(1) Enriquès في كتابه Evolution de la logique الترجمة الفرنسية ص ٢٤ .

الفصل السابع

خصائص أخرى للوجستيقا

(١/أ) نوعيته الجبرية .

(٢٠) تكوينه كنسق استنباطي .

١٩

لقد ضمّنا تعريفنا للوجستيقا أنه نظرية حسابية لقوانين الأستنباط. ومعنى هذا أنه يتناول موضوعاته وهي قوانين الاستنباط تناولا على غرار الرياضة فيعالج الاستنباطات معالجة آلية . ولما كانت هذه الاستنباطات هي حصة مشتركة بين كل العلوم (وان كانت الرياضة تستوعبها جميعا) كان العلم الذي يختص بتناولها أعم العلوم بما فيها الرياضة وهكذا نشأت فكرة العلم العام Science Universelle ، أو الرياضة العامـــة Mathématique Universelle أو الأبجدية العــامة Caractéristique Universelle كبديل مسبق في التاريخ لاسم اللوجستيقا على ما بينها جميعا من تفاوت في معانيها .

أن الحروف الهجائية في المنطق التقليدي التي رمزت إلى حدود القضية المنطقية ولكمها وكيفها عند المدرسيين يسرت لمؤلف عاش في القرن الثالث عشر الميلادي ، ذي عقلية خرافية ، هو ريموند لول Lulle أن يتخيل علما للعلوم سماه « الفن الأكبر » (Ars Magna) وأيضا الأبجدية العامة، وهو فن يتألف من جداول تضم مبادىء العلوم والدين أي أفكارها البسيطة التي تقوم عليها وكذلك علاقاتها الممكنة (عددها ٥٤ فكرة وعلاقة) ، ويرمز لكل مبدأ منها بحرف هجائي ، فكان أذا أراد أن يستخرج قضية أو حداً أوسط لقياس ما يلجأ إلى

الاقترانات الممكنة لبضعة من هذه الأفكار فيحصل باقتران الحروف آليا على النتيجة المطلوبة [1] .

ونحن لا نجهل الحكم المهين الذي أصدره ديكارت على فن لول إلا أن الرأي الذي تضمنه وهو امكان وجود علم عام يسمح بأن نحسب آليا أفكارنا بدلا من أن نقيس هو رأي أثبتت الأيام أنه جدير بالاعتبـــار والقبول . وهذا الرأي هو الذي تتضمنه فكرة « الرياضية العـــامة » Mathesis Universalis المعروفة عند ديكارت وليبنتز ، وما رافقها من فكرة مقاربة كفكرة « الأبجدية العامة » ، وكلاهما بمثابة التمهيد للوجستيقا أو بالأحرى بمثابة التصور المبدىء له.

فديكارت الذي يتعرض للرياضة العامة في كتابه « المقال في المنهج » كان في الواقع يفكر فيها منذ كتابه الأول المسمى « القواعد » حيث يقول : « أني أفكر في علم مخالف كلية للعلوم الرياضية ، أي في علم تكون نسبة الرياضيات إليه كنسبة الغلاف الخارجي ، لا كنسبة الجزء من كل » . وفي الواقع قد حول ديكارت باكتشافه الهندسة التحليلية النظر من الأشكال الهندسية إلى العلاقات أو المعادلات الجبرية ، فأصبحت هذه العلاقات مطلقات الرياضة أو بسائطها الأولى التي تكمن وراء كل تفكير رياضي وتكوّن موضوع الرياضة العامة .

وليبنتز كان على حق حين أخذ على ديكارت أنه لم يتعرض بذلك الا للعلاقات الكمية كموضوع لرياضته العامة ولذلك نجد ليبنتز يتوسع في فكرة الرياضة العامة مما جعله يحق الأب الأول للنظرية اللوجستيقية المعاصرة ومن ثم جاء إهتمام المنطقيين المحدثين وعلى رأسهم راسل بأحياء تراثه الفكري [2] .

ومذهبه يمهد للوجستيقا من جهتين :

---

(١) إن القفل الذي يقوم على اقتران الأعداد المكتوبة في حلقات متجاورة هو التحقيق العملي لفكرة لول هذه .

(٢) برتراند راسل ولويس كوتوراه وفيلاتي وغيرهم اهتموا جميعاً بأحياء أفكاره ونشر أبحاثه .

الجهة الأولى أنه تجاوز في الرياضة العامة تلك العلاقات الكمية التي توقف عندها ديكارت ، إلى علاقات أكثر عموما وتجريداً هي العلاقات المنطقية التي تنطبق على كل الأفكار كمية وغير كمية وعلى تسلسلها على نحو ضروري وصوري، ذلك مثل علاقات الهوية Identité والأشتمال Inclusion والمطابقة Congruence ، والمساواة Egalité ، وعدم المساواة Inégalité ، والكل والبعض ، والأكبر والأصغر الخ ... وقد درس ليبنتز أكثرها بالطرق الجبرية فكونت كل واحدة منها موضوع حساب مستقل ، وهكذا قام « أعم العلوم » كما يقول هو ، أو اللوجستيقا كما يقال اليوم، لأن الموضوع فيهما هو تلك العلاقات المنطقية بالذات حين تتحول إلى حساب آلي .

ولقد كانت معالجاته الجبرية لهذه العلاقات المنطقية أحيانا أكثر تقدما من جبر المنطق عند جورج بول في القرن الماضي [1] ولكنها ظلت مجهولة تماما بينما تأثر اللوجستيقا مباشرة بجبر المنطق ولذلك لا نسترسل في الكلام عن محاولات ليبنتز المنطقية اكتفاء بما سنقوله عن الخاصية الجبرية لقوانين اللوجستيقا في ضوء جبر المنطق الذي أعيد اكتشافه في القرن الماضي .

أما الجهة الثانية فهي أن الرياضة العامة باعتبارها أعم العلوم فقد رأى ليبنتز أن يقع عليها عبء برهان كل قضايا العلوم الأخرى بما فيها الرياضة وهذا موقف النظرية اللوجستيقية أيضا من أشتقاق قضايا الرياضة من المنطق الصوري كما رأينا سابقا ، ولكن هذا الجانب لا يهمنا التوقف عنده الآن بعد أن استبعدنا مسألة اشتقاق قضايا الرياضة من مجال نظرنا في اللوجستيقا اكتفاء بحصر النظر هنا فقط في المنطق وقوانينه .

اذا عدنا الآن إلى جبر المنطق المعروف منذ جورج بول فذلك لبيان أن هذا الجبر أدى إلى أبطال الأعتقاد « بقانون أطراد العمليات الرياضية » Loi de la permanence des formes opératoires وخاصة في عمليتي الجمع والضرب

(١) Couturat في كتابه La Logique de Leibniz ص ٢٨٥ — ٢٨٨

مما يلقي ضوءا على خواص الجمع والضرب المنطقيين في اللوجستقيا.

وفي الواقع أن مبدأ اطراد العمليات الذي كان يعتقد الرياضيون به اعتقاداً لا يتزعزع ، بدأ يفقد قيمته كمرجع أخير ومعيار وثيق للرياضة ، إذ أصبح من الممكن أن يتكون جبر تفقد فيه العمليات معناها الحدسي ، مما أدى فعلا إلى قيام أنواع مختلفة من الجبر . ولا شك أن سقوط ذلك المبدأ من الاعتبار كان أمرا لا بد منه حتى تتقدم الرياضيات ، وهذا ما حدث فعلا بنشأة الحساب الهندسي عند جراسمان Grassmann ونظرية الأعـــداد الرباعية Quaternions عند رووان هاملتون Rowan Hamilton ونظرية المجاميع Theory of Sets عند جورج كانتور Georg Cantor وجبر المنطق عند جورج بول .

ونحن بانتقالنا الآن إلى جبر المنطق فليس ذلك لبسط قضايا هذه النظرية وإنما فقط للإشارة إلى أنها تكذب مرة أخرى كغيرها من أنواع الجبر الجديدة مبدأ اطراد العمليات الرياضية وذلك بخروجها على بعض خواص الجبر العادي ، وهذا مما يتفق والنوعية الجبرية للوجستيقا ويقدم لها .

لنرجع أولا إلى الجبر المألوف : فسنجده كما بيّن الجبريون منذ سرفوا Servois يقوم على الخصائص الآتية :

(١) ا + ب = ب + ا . . . . . التبادل في حالة الجمع

(٢) ا ب = ب ا . . . . التبادل في حالة الضرب

وهاتان الصيغتان تعبران عن خاصية « التبادل » (Commutation) التي تقول ان اختلاف ترتيب حدود الجمع أو عوامل الضرب – أي تبادلها لمواضعها – لا يغير شيئا من النتيجة .

(٣) (ا + ب) + س = ا + (ب + س) . . . . . الاشتراك في الجمع

(٤) (ا ب) س = ا (ب س) الاشتراك في الضرب

وهما صيغتان تعبران عن خاصية اشتراك الحدود ومؤداها أن اختلاف الاشتراك Association بين الحدود المجموعــة أو المضروبة لا يغير شيئا من النتيجة .

(٥) (ا + ب) (س + د) = ا س + اد + ب س + ب د ... التوزيع

وهي صيغة تعبر عن خاصية توزيع (Distribution) الحدود وفحواهــا أن ضرب سلسلة من حواصل الجمع تساوي حاصل جمع سلسلة من حواصل الضرب (سلسلة من المضروبات) . ونلاحظ عابرين أن هذه الخاصية الهامة هي التي كانت تيسر للقدماء إجراء الضرب في حالات معقدة قبل أن تكتشف كتابة الأرقام الحسابية .

تلك هي الخصائص العامة التي تميز الجبر المألوف عن غيره،وسنرى الآن كيف لا تطرد تماما خاصيتا التبادل والتوزيع في جبر المنطق .

ففي جبر بول اذا تآلف رمزان أو أكثر مثل :

ا ب

أو ا ب جـ ...

فان التركيب الحادث يدل على صنف أو فئة Class مركبة تنتظم في آن واحد أفراد ا وأفراد ب في الصيغة الأولى ، أو أفراد ا وأفراد ب وأفراد جـ في الصيغة الثانية . فيقول بول اذا كان ا يعني « خرافا » (والمثال من بول نفسه) ، ب تعني « أبيض » فأن المركب

ا ب

يعني خرافا بيضاء . لننظر عن قرب في هذه الصيغة فسنلحظ فوراً أن ترتيب رموزها لا يغير شيئا لأننا أذا جئنا أولا بفئة الخراف لنؤلف منها فيما بعد فئة « الخراف البيضاء » أو إذا جئنا أو بفئة « الأبيض » لنؤلف منها فيما بعد

فئة « الأبيض في محيط الخراف » فأن النتيجة واحدة بعينها ، ومن ثم القاعدة الآتية :

تشترك الرموز المنطقية مع الرموز الجبرية في أن لها خاصية «التبادل»فنستطيع أن نكتب :

ا ب = ب ا

فأذا فرضنا الآن أن ا ، ب لهما نفس المعنى (وهذا ما يحدث في الجبر المألوف عندما يشير الرمزان إلى نفس العدد) فأنه يحدث أن الفئة المركبة ا ب تكون على خلاف ما هو حادث في الجبر المألوف مساوية ا فقط أعني أن ا ب = ا بفضل الوحدة الذاتية بين ا ، ب وبعبارة أخرى

[ا^{٢} = ا]   أو   ا ا = ا . . . . . .   (١)

وهذه خاصية تفرق نهائيا بين جبر المنطق والجبر العادي بحيث تجعل منهما « ثنائية جبرية » (لأنه مهما كانت أسس ا فهي دائما تساوي ا) ومن ثم جاء اسمها عند جورج بول وهو قانون « الثنائية » Law of Duality الذي يميز المنطق والذي يسمى كذلك قانون التوتولوجيا Tautology أي قانون اللغو من جيث أن مضمون رمز من الرموز الجبرية لا يتغير مهما تكرر ذلك الرمز أي مهما ضرب في نفسه أذ التكرار في المنطق « لغو » لا طائل تحته . فقولك في حساب الفئات « اللبنانيون واللبنانيون واللبنانيون ... لا يزيد في النتيجة عن فئة واحدة بعينها هي فئة اللبنانيين . فالكل هنا يساوي جزأه .

وقد بين جيفونز Jevons بعد جورج بول أن الثنائية أو اللغو انما تلحق أيضا عملية الجمع المنطقي ، فقولك ا أو ا ... إنما ينتج عنها دائما ا فقط ،وبذلك تكون :

[٢ ا = ا] أو   ا + ا = ا . . . . .   (٢)

ونلاحظ أن اللوجستيقا لا يستعمل الأعداد الحسابية كما في الصيغتين

المحصورتين بين الأقواس [ ] ولذلك يبدو القانونان المذكوران في (١و٢) على النحو الآتي في حساب القضايا الابتدائية :

ن . ن = ن   أو   ن . ن ⊂ ن   (الضرب)

ن ∨ ن = ن   أو   ن ∨ ن ⊂ ن   (الجمع)

وذلك بالنسبة للمساواة والتضمن معا .

هذا واذا كان قانون الثنائية أو اللغو يمس خاصية التبادل في حالة من حالاتها الهامة ويكذب بذلك المبدأ العام لاطراد العمليات الرياضية ، فأن خاصية التوزيع الجبرية تلقى تكذيبا آخر في جبر المنطق .

والتوزيع الذي يجمع بين الجمع والضرب له صيغتان في جبر المنطق :

ا (ب + حـ) = اب + احـ . . . . (١)

ا (ب + حـ) = (ا + حـ) (ب + حـ) . . . . . (٢)

والصيغة الثانية وحدها تميز جبر المنطق ولا تستقيم في الجبر العادي بحيث يمكن أن نصف هذا الجبر بأنه « نصف توزيعي » فوق أنه « توتولوجي » . وهاتان خاصيتان من خواصي الحساب اللوجستيقي [١] .

---

(١) ابرهان صدق هذه القضايا في الحساب اللوجستيقي يرجع الى طريقة البرهان التي ستشرح فيما بعد .

٢٠

لقد تناولنا من جبر المنطق القدر الذي يفي بإيضاح نوعية ذلك الحساب العام المسمى اللوجستيقا، ونتقل الآن إلى تناول الخاصية الهامة والأخيرة للبناء اللوجستيقي وهي تكونه تكوينا استنباطيا، وهي الخاصية الأخيرة التي يتضمنها التعريف الذي بدأنا منه حين قلنا انه علم يبرهـــن استنباطياً كل قوانينه . لنتذكر الظروف التي بعثت إلى قيام المنطق في صورته الجديدة . لقد أدى نقد رياضي القرن التاسع عشر لبراهينهم وقضاياهم الرياضية إلى نبذ البداهة أو الحدس المكاني كشاهد على صدق علومهم فالتمسوا المعونة أولا في الأعداد، ثم بعد ذلك في المنطق الصوري بحيث تكون كل قضية في الرياضة أما مبرهنا عليها أو مستنبطة من قضية أخرى قام البرهان عليها ابتداء من مسلمات المنطق نفسه . وهذا ما دعا إلى اخراج المنطق نفسه من سباته العميق ليصبح قادراً على تحمل عبء البرهان على قضايا الرياضة . وسرعان ما خضع المنطق ذاته بعد مرحلة جبر المنطق للموجة نفسها أذ لا يصح أيضا أن تقبل قضية في المنطق إلا إذا قام البرهان عليها . وحينئذ وجب اعادة النظر في المنطق لأعداده بحيث تكون قضاياه مستنبطة من قضايا أخرى سبق برهانها أو من القضايا الابتدائية المسماة المقدمات أو المسلمات وذلك في أطار نسق استنباطي Deductive System يستند برمته إلى تلك المقدمات تماما كما فعلت الرياضة منذ أقليدس .

ما هو النسق الأستنباطي ؟ يطلق هذا الاصطلاح كما بينا (أنظر الفقرة ٤) على ما أسماه أرسطو « العلم البرهاني » أو على ما حققه أيضا اقليدس في هندسة متأثراً بموقف أرسطو، أعني يطلق على طريقة مثالية لاستعراض جميع قضايا علم من العلوم بحيث يمكن تعريف كل حد من الحدود الواردة فيه بواسطة حدود سابقة له في نفس العلم ، وبحيث يمكن استنباط كل قضية فيه عن قضايا سبقتها في نفس العلم . وأقول « طريقة مثالية » لأنه من العسير تحقيقها في أكثر العلوم اذ الواقع يعلمنا اننا عندما نحاول مثلا تعريف حد أو عبارة في علم من العلوم فأننا نلجأ بالضرورة إلى استعمال عبارات أخرى . ثم عندما نحاول تعريف هذه الأخيرة دون الوقوع في«مشكلة الدور»فأننا نستعمل عبارات أخرى أيضا . وهكذا تستمر تلك العملية المتراجعة إلى غير نهاية .

وكذلك الأمر في برهان أو أستنباط القضايا الواردة في ذلك العلم أشبه بأمر التعريف أي أنه يذهب متراجعا دون توقف .

ولكن لا بد من التوقف والانتهاء . ولقد عرفت الرياضة بصفة خاصة منذ القدم طريقة للحد من ذلك التراجع غير المتناهى ، هي طريقة «النسق الأستنباطي» Deductive System . فقد علمتنا خلال تاريخها الطويل بأننا يمكننا أن نميز في عبارات كل علم من العلوم مجموعة قليلة من « الحدود » (الألفاظ) تفهم معانيها دون واسطة أعني دون حاجة إلى تعريف ، ومجموعة أخرى من « القضايا » يصدق بها الذهن مباشرة بمجرد خطورها له دون حاجة إلى برهان .

فلنسم المجموعة الأولى الحدود الأولية Primitive Terms ، والمجموعة الثانية القضايا الأولية أو Primitive Proposition (Pp اختصار سائر) أو المسلمات Postulates أو الأصول الموضوعة Axiomes ، وكلها الآن بمعنى واحد .

ولنتخذ مبدأ بعد ذلك بأن لا نقبل حدا آخر في هذا العلم إلا إذا أمكن « تعريفه » بواسطة الحدود الأولية وما اشتق منها، وألا نقبل قضية أخرى إلا إذا

استنبطت أو نتجت بالبرهان المنطقي عن القضايا الأولية أو ما سبق برهانه بواسطتها. وعندئذ تكون « الحدود المشتقة » Defined Terms من الحدود الأولية « حدوداً معرفة » Derived Terms ، وتعريفاتها «أسمية» Nominal أعني شرحاً لأسمائها على أساس استعمال الحدود الأولية ، كما تكون القضـــايا المشتقة : « Derived Propositions من القضايا الأولية « قضايا مبرهنة » Proved Propositions أو « مستنبطة » Deduced Propositions ، أعني كما في الهندسة مثلا « نظريات » Theorems تستنبط بالبرهان . عندئذ يتوافر لدينا نسق استنباطي كما يتضح لنا من تصفح كتاب في الهندسة أو الجبر .

لنأخذ أيضا مثال الطبيعيات الرياضية (Mathematical Physics) فقد بين بشأنها العلامة ادنجتون Edington في كتابه « طرق جديدة في العلم » ((New Pathways in Science) أن الحدود الأولية في هذا العلم هي ما يأتي :

e = شحنة الالكترون

m = كتلة الالكترون

M = كتلة البروتون

h = ثابت بلانك

c = سرعة الضوء

G = ثابت التثاقل

y = الثابت الكوني

هذه الثوابت كلها أي الحدود الأولية هي كما يقول أدنجتون لا يمكن تعريفها بينما هي تظهر دائما في أهم معادلات الطبيعيات الرياضية ويمكن أن يُعرّف بواسطتها الثوابت أو الحدود الأخرى الواردة في نفس العلم .

ولقد حاول برتراندر راسل في كتابه المسمى المعرفة الأنسانية Human Knowledge

[illegible] هذا [illegible] الاستنباطي بالنسبة إلى علوم أخرى أقل تقدما مثل [illegible] .

والمنطق الصوري المعاصر هو أحد تلك العلوم القليلة التي نجحت في أن تقوم كنظرية استنباطية وفق التصور الذي شرحناه. ولقد كان مضطرا إلى ذلك بشكل تام لكي يبلغ اليقين مداه في كل قضاياه التي تشتق منها قضايا الرياضة بكافة فروعها وحتى الهندسة . وبذلك أختلف اللوجستيقا عن سلفه المنطق التقليدي أختلافا كبيرا .

فقد بيّن برتراند راسل في كتابه أصول الرياضيات Principles of Mathematics (PoM اختصار لاسم هذا الكتاب) منذ عام ١٩٠٣ أن المنطق كله يمكن أن يتخذ « التضمن » (Implication) كحد أول وحيد تشتق منه بالتعريفات كل حدود المنطق الأخرى . كما أن عشراً من المسلمات أو القضايا الأولية التي تعبر عن علاقات مختلفة بين الحد المذكور وحدودأخرى مشتقة منه بالتعريفات يمكنها أن تقوم بدور القضايا الأولية لقضايا المنطق . ولكن كانت عمليات الأشتقاق و الاستنباط عسيرة ومعقدة بعض الشيء لأن التضمن عملية معقدة .

لذلك فان راسل في كتابه الذي أصدره بالاشتراك مع هويتهد Whitehead الذي عنوانه أيضا أصول الرياضة ولكنه عنوان كتب باللغة اللاتينية لا بالانجليزية وهو Principia Mathematica (PM اختصار مشهور للعنوان المذكور) في ثلاثة مجلدات بين ١٩١١ و ١٩١٣ عدل عن تلك الأوليات إلى أخرى هي النفي والفصل كحدين أوليين ، وإلى خمس قضايا كمسلمات تعبر عن علاقات بين الحدين المذكورين .

وقد بينت الأبحاث اللاحقة في مجال المنطق أنه يمكن اتخاذ أوليات أخرى غير تلك التي قبلها راسل في كتابه الأول ، والتي قبلها راسل وهويتهد في الكتاب الثاني. فأن شيفر Scheffer الأمريكي استطاع أن يتخذ حداً أوليا وحيدا أسماه التنافر Incompatibility (رمز إليه بخط مائل بين قضيتين مثل ن / ه) وإلى

جانبه مسلمتين أو ثلاثا فكان بذلك أكثر اقتصاداً من سلفيه . وهناك مدارس كمدرسة هلبرت D. Hilbert ومدرسة برنيس Bernays وغيرها جاءت بمسلمات أولية أخرى.

ومن هذا كله يتضح أمر هام لا بالنسبة إلى المنطق وحده بل بالنسبة إلى المعرفة الانسانية هو أن الحدود الأولية والقضايا الأولية ليست مسألة أمتياز أو حق لتلك الأوليات ، وأنما هي مسألة اصطلاحية قبل كل شيء أكثر منها مسألة حقيقية وطبيعية . أعني أن تصورا مثل التصور المشترك بين ديكارت وليبنتز وغيرهما من فلاسفة القرن السابع عشر بان هناك أفكاراً أولية أو طبائع بسيطة حقا (Simple Ideas or Natures) هي مطلقات Absolutes العلم الأنساني انما هو تصور باطل تماما ويجانب ما هو حادث فعلا الآن في ممارسة أقامة نسق استنباطي في ميدان الرياضة والمنطق وسائر العلوم الأستنباطية .

وللمؤلف الأيطالي انريكس Enriquès في كتابه في تطور المنطق Evolution de la Logique تشبيه طيب يقرب إلى الأذهان الطابع الاصطلاحي الصرف للنسق الأستنباطي أينما كان وسواء أكان في المنطق أو في الرياضة أو في غيرهما . يقول فيه «أنه أشبه شيء بعمل مؤسسي نظام دستوري أو جمهوري من جهة أن اختيار أو انتخاب الرؤساء في الحالتين (في حالة المنطق الحدود الأولية والقضايا الأولية) يتوقف على الأقل نظريا على الكفاءة التي يعترف بها لهم لكي يزاولوا « مؤقتا » وظائف معينة في مصلحة الجمهور (والجمهور هنا بالطبع النظريات أو القضايا المشتقة) » .

ويجب أن نلاحظ فكرة « التوقيت » المذكورة لأنها تشير إلى امكان قيام رؤساء آخرين بنفس الطريقة بحيث لا نستطيع أن نقول أن هناك حدوداً وقضايا أولية بالذات وحقيقية في نفسها ، فكلها اصطلاحية إعتبارية ، أي أنها تتبادل وظائفها دائما مع غيرها . أذ أنه عندما يقوم بعضها بوظيفة الحدود والقضايا الأولية ، يكون البعض الآخر مشتقا ، ومن جهة أخرى عندما يقوم بعض المشتق بدور البداية والأولية تصبح الأوليات السابقة بين صفوف المشتقات .

ولقد بينا مثل هذا التبادل لوظائف الرئاسة الدستورية التي تحدث عنها انريكس بالنسبة للحدود الأولية في المنطق مثل التضمن ، والنفي والفصل ، والتنافر ، وفي كل حالة من هذه الحالات تصبح الحدود الأخرى غير المذكورة في بداية النسق المنطقي كلها مشتقة بالتعريفات . أما في حالة القضايا الأولية أو المسلمات فان قانونا عدم التناقض Non Contradiction والثالث المرفوع Excluded Middle مشتقان في نسق راسل ، بينما هما أوليان في نسق آخر . وهكذا تتبادل الرئاسة الدستورية أيضا في القضايا التي تؤخذ كسلمات .

الفصل الثامن

الاستعراض الفلسفي لمنطق راسل

(٢١) العناصر التي تستعملها الرياضة البحتة دون تعريف بها هي ثوابت المنطق.
(٢٢) التضمن .

٢١

منذ كتابات برتراند راسل إلى الآن تطورت الأبحاث المنطقية (اللوجستيقية) كثيرا ، ولكن ستظل أبحاث راسل نقطة البداية التي لا غنى عنها والأساس الكلاسيكي لكل الأبحاث اللاحقة .

وأنه لأمر من الضرورة بمكان أن نستعرض الآن بعض مسائل اللوجستيقا في ضوء كتابات هذا المؤلف بالذات لنرى تلك المسائل في نشأتها وبساطتها .

ثم أنه لأمر واضح أنه لا يمكن فصل تلك المسائل المنطقية عن مشكلات الرياضة الحديثة لا في تفكير برتراند راسل نفسه ولا في الواقع التاريخي الذي ولدت فيه كتاباته الأولى في الفلسفة .

ولقد أهتم برتراند راسل بالحركة الرياضية المنطقية (بيانو ، باش ، ديدكند ، كانتور إلخ ...) منذ رسالته للدكتوراه التي عنوانها « محاولة في أسس الهندسة » An Essay on the Foundations of Geometry التي نشرت عام ١٨٩٧ ، ثم تابع أهتمامه بها في كتابه القيم عن ليبنتز A Critical Examination of the Philosophy of Leibniz الصادر عام ١٩٠٠ ، ولكن كتابه الصادر عام ١٩٠٣ المسمى أصول الرياضة Principles of Mathematics (يشار إليه اختصاراً

بالحروف PoM) هو بحق بداية عصر جديد في كل من المنطق والرياضة ويتميز عن كتابه اللاحق بالاشتراك مع هوايتهد وعنوانه أيضا أصول الرياضة (بالاتينية) Principia Mathematica (ويشار إليه اختصارا بالحرفين PM) بأنه اقتصر على استعمال اللغة المعتادة بدلا من الرموز (وان كانت هناك مع ذلك بعض الرموز) لأنه موجه إلى جمهور الفلاسفة : ومن ثم جاء عنوان هذا الفصل (الأستعراض الفلسفي ...) على حين أن كتابه بالاشتراك مع هوايتهد مكتوب كله بالرموز وموجه إلى الرأي العام الرياضي .

والكتاب الفلسفي الذي نستعرض هنا أوائله وهو PoM له غرضان كما ينص مؤلفه : الأول أن يكشف بقدر الأمكان عن أصول وقوانين المنطق الرمزي ، والثاني أن يبين اشتقاق الرياضيات البحتة Pure Mathematics (دون الرياضيات التطبيقية Applied Mathematics) من تلك الأصول والقوانين المنطقية . وهما غرضان قصر عن أدراكهما من تقدمه في هذا الميدان ولم يحاولهما من بعده واحد من المعاصرين؛ مما يثير حقيقة الأعجاب به أعجابا لا فرقة فيه.

كذلك هما غرضان يشغلان من الكتاب حيزاً غير متعادل لأن القسم الخاص بالمنطق وحده لا يشغل إلا خمس الكتاب ويقع في نحو ماية صفحة وعنوانه لا يذكر شيئا عن المنطق لأنه يتحدث عن « الأمور غير المـعـرّفة في الرياضة » The Indefinables of Mathematics . ولذلك فنحن نضع قدمنا معه منذ اللحظة الأولى فوق أرض الرياضة .

ومنذ الصفحة الثالثة يتعرض راسل لتصوره الصوري أو المنطقي (Formal) للرياضة فيخرج صراحة على التصور المألوف عند الفلاسفة منذ كانط والذي يرد الرياضة إلى حدس المكان والزمان القائم في حسنا كشرط لظهور كل موضوعات المعرفة الممكنة للانسان . فيبين راسل أنه لاحاجة بنا إلى القول بمثل ذلك التركيب الذهني عند بحثنا في طبيعة الرياضة ، ويدعو إلى أسقاطه من الأعتبار .

وهو يعرّف تصوره الصوري أو المنطقي للرياضة فيقول : « أن الرياضيات

البحتة هي مجموعة القضايا التي صورتها دائما من نوع ن تضمن هـ حيث ن ، هـ قضيتان تشتملان على متغير أو أكثر يبقى دائما بعينه في القضيتين وحيث لا تشتمل القضيتان على ثوابت غير الثوابت المنطقية » . ويجب ألا يصرفنا هذا التعريف إلى معنى آخر غير ما يأتي : أن قضايا الرياضة البحتة أشبه بالقضايا الشرطية (وهذا هو التضمن) التي لا تؤكد شيئا في عالمنا هذا كما هو الشأن في الرياضيات التطبيقية وهي التي تبين امكان تطبيق تلك القضايا الشرطية على المكان والأشياء ، اذ تقول تلك القضايا الشرطية بكل بساطة أذا أخذت بالمقدم لزم عنه الأخذ بالتالي . أعني كلها قضايا فرضية يتضمن فيها الشرط جوابه دون أدنى اكتراث للوجود الخارجي . وهي لا تنتسب بعد ذلك إلى الرياضيات التطبيقية إلا عندما يعوض المتغير فيها بقيم معينة كالأعداد أو المسافات أو غير ذلك . وعندئذ يصبح الشرط وجوابه قضيتين صادقتين أو كاذبتين في هذا العالم . هذا وأذا حللنا تلك القضايا الشرطية إلى عناصرها فلن نجد فيها شيئا غير تلك المتغيرات وإلى جوارها «الثوابت» المنطقية أعني «الصور» التي هي موضوع المنطق. وبذلك تتتابع قضايا الرياضة البحتة كقضايا من المنطق الصوري وتصبح الرياضة كلها علما صوريا أو منطقا فحسب .

اذا فهمنا هذا التعريف أمكننا أن نفهم بسهولة تعريفا غريبا آخر للرياضة البحتة يقول فيه راسل « الرياضة البحتة هي العلم الذي لا نعرف فيه قط عم نتحدث ، ولا إذا كان ما نقوله فيها صادقاً » . فنحن لا نعرف عم نتحدث لأننا لا نجد فيها غير المتغيرات والثوابت المنطقية دون أدنى مادة أخرى ، ثم نحن لا نعرف اذا كان ما نقوله صادقا في هذا الوجود أي حقيقيا في العالم الخارجي لأن صدق القضايا المستنبطة يتوقف على صدق الفرض أو الشرط ، وصدق الشرط يتوقف بدوره على القيم المعينة المختلفة التي تعطى لكل متغير فيه .

ونقطة البداية كما يتضح من تعريف الرياضيات هو التفرقة بين «الثوابت» و « المتغيرات » . والمتغير عنصر غير معين يوجد في كل قضايا الرياضة ويمكن أن يستبدل به حدٌ معين Constituent مثل العدد واحد أو سقراط مما يسمى

قيمة المتغير Value of the Variable وتلك القيمة هي التي تجعل من القضية الرياضية الصورية قضية صادقة أو كاذبة في عالمنا هذا . وكل قضايا الرياضة البحتة تشتمل على متغيرات ولا تشذ عن ذلك قضايا الهندسة والحساب مثل ١ +١ = ٢ التي معناها الصوري الحقيقي هو « أذا كانت س هي ١ وص هي ١ وس تختلف عن ص . فأن س وص يكونان زوجا (= ٢) » .

وتوجد في اللغة ألفاظ تشير إلى المتغيرات مثل (أي » و « ما » (Any) كما في قولنا « أي أنسان » بمعنى « أنسان ما » ، ثم مثل « كل » و « بعض » . والقضية السابقة يمكن التعبير عنها لغويا بقولنا : أية وحدة وأية وحدة أخرى تؤلفان زوجا » .

ومن المألوف في الرياضة أن يقتصر المتغير على موضوعات أو قيم بعينها كالأعداد الحسابية والمقادير عامة . ولكن هذا معناه بكل بساطة : أنه اذا كانت المتغيرات تمثل أعدادا ومقادير في الشرط فان الشرط يتضمن الجواب . بيد أنه ليس من الضروري أن نتمسك بهذا التفسير الضيق القاصر على الأعداد والمقادير لكي يظل التضمن قائما وصادقا في الرياضة نفسها . فأن ذلك التضمن يظل قائما حتى عندما لا نفهم من متغيرات الرياضة أعداداً ومقادير بل أشياء أخرى كسقراط . نعم كسقراط وأفلاطون مثلا . فقولك أذا كان عندنا سقراط وعندنا أفلاطون وهما مختلفان فعندما زوج » لا شك أنه تضمن صحيح . فالمتغيرات في الرياضة يمكن أن تكون لها قيم غير الأعداد والمقادير . ونحن أن لم نتذكر أن قضايا الرياضة البحتة لا صلة لها بالوجود الواقعي لكونها صورية فاننا لا نرى بوضوح لماذا يكون مجال التغير في المتغيرات الرياضية لا حد له ولا يمكن قصره على قيم دون أخرى . فكل القيم مهما تكن يمكن أن تعوض عن متغير رياضي دون أن يكون هناك أفتئات على صحة التضمن (PoM ، ص ٦ — ٧) .

وعلى العكس مما تقدم فأن « الثوابت » هي العناصر التي تبقى دائما بعينها

من غير تغير في القضايا وفي القوانين الأستنباطية التي هي أيضا قضايا ، بينما تتغير الحدود التي تؤلف مواد تلك القضايا . ومن ثم تجيء (عند راسل) تسميتها « بالصورة » Form .

والصورة هي ما لا يتغير مهما تغيرت الحدود Constituents التي تتألف منها القضايا المفيدة، خذ مثلا القضية : عاش سقراط قبل أرسطو . هنا قضية مفيدة تشتمل على حدين وعلاقة بينهما هي علاقة « عاش قبل » التي يمكن الرمز اليها بالحرف R كما يمكن الرمز للقضية بعد استبدال حديها بمتغيرين بالرمز x Ry وهو رمز يمكن قراءته x له علاقة R مع y .والآن اذا استعضنا عن سقراط بنابليون وعن أرسطو بولنجتون وعن علاقة « عاش قبل » بعلاقة «أمهر من » فستتوافر لدينا قضية من نفس الصورة xRy وهذه الصورة لا تتغير مهما كان عدد الحدود (R (x, y, z... n) أعني أنها ثابت من ثوابت المنطق .

أن حصر الصور أو الثوابت المنطقية التي تؤلف مادة القضايا الرياضية من وجهة نظر اللوجستيقا والتي توجد في الرياضة من غير تعريف بها هي التي تشغل القسم الأول كله من الكتاب PoM ولذلك فان هذا القسم الذي نحن بصدد استعراض أوائله يستمد عنوانه من كون تلك الصور توجد « غير معرفة » في الرياضة لا من حيث كونها ثوابت المنطق ، فعنوانه كما ذكرنا سابقا هو « الأمور غير المعرفة في الرياضة » ومن ثم فيجب تعريفها في المنطق . والتعريف الذي يعطيه لنا راسل في أوائل المنطق هنا تعريف بالحصر والإحصاء فهو يقول أنها « كل التصورات التي يمكن أن تدل عليها ألفاظ كالآتية : التضمن ، العضوية لفئة ما ، العلاقة ، وغير ذلك ، وهي قليلة العدد» كما يدل عليه الثبت الآتي :

١ — التضمن	Implication
٢ — عضو في فئة	Member of a class
٣ — بحيث	Such that

٤ — العلاقة Relation

٥ — الدالة القضائية Propositional Function

٦ — الفئة Class

٧ — يصدق على Denoting

٨ — أي حد Any term

٩ — كل حد Every term

أن قائمة الثوابت هذه التي تأتي في الرياضة ولا نعرف فيها فيجب أذن التعريف بها في المنطق ليست هي كل الثوابت المنطقية . فهناك ثوابت يمكن اشتقاقها « بالتعريفات » من ثوابت هذه القائمة : فمثلا النفي والفصل والوصل والمساواة التي تهم حساب القضايا الإبتدائية تشتق كلها بالتعريفات من أحد ثوابت هذه القائمة وهو التضمن . وكما قلنا كان هذا الاشتقاق عسيرا ولذلك عدل عنه راسل فيما بعد في PM متخذا النفي والفصل حدين أوليين بدلا عنه .

على كل حال بعد أن كشف راسل عن قائمة الثوابت المنطقية التي تستعملها الرياضة دون أن تعرفنا بها فوجب التعريف بها باعتبار أنها المنطق ، يأخذ راسل في شرح كل ثابت على حدة بادئا بالتضمن .

٢٢

أول الثوابت المنطقية التي يعالجها راسل في PoM هو ثابت « التضمن » .

واللزوم أو التضمن علاقة منطقية بين قضايا ولا تقوم بين تصورات . ولذلك فهي تميز حساب القضايا الذي تشرح فيه العمليات المنطقية أو القوانين التي ستظهر في كل الأقسام اللاحقة .

وفكرة التضمن هذه كانت معروفة إلى حد ما عند ساندرس بيرس Sanders Peirce وماكول MacColl وفريجه Frege وبيانو Peano . إلا أن كل واحد من هؤلاء قد أهتم بناحية واحدة دون الأخرى من ناحيتيها وهما الناحية المادية والناحية الصورية .

الناحية المادية والناحية

ويرجع الفضل إلى راسل في التمييز بين هاتين الناحيتين على نحو موفق دقيق وفي اعطاء كل واحدة منهما اسمها المميز لها ، أعني التضمن المادي Material Implication والتضمن الصوري Formal Implication

ويتضح من عبارة التضمن « المادي » أن هذا النوع من التضمن يتصل عن قرب بمادة القضية لا بصورتها : فهي علاقة استنباطية توجد بين قضيتين من حيث مادتهما أو مضمونهما المحدد المعين ، أعني بين قضيتين لا يتوقفان على

استبدال متغيرات فيهما بقيم معينة . واذن فهي علاقة بين قضايا صادقة أو كاذبة فحسب ، أو على الأصح هي علاقة بين قيمتي الصدق والكذب اللتين تنسبان لكل قضية محددة بفضل ما لها من مادة بحيث يتوقف على قيمة أحداهما قيمة الأخرى ، أذ يجب أن نتذكر أن المنطق ليس له أن يبحث في مواد القضايا أي معانيها القاموسية وأنما عن الخصائص المنطقية وتلك الخصائص في هذه الحالة هي الصدق والكذب فحسب . ومن هذه الزاوية تبدو القضايا كلها (مثل هذا سقراط ، وسقراط تناول السم ، وسقراط عدد الخ ...) من وجهة نظر اللوجستيقا كوحدات Units لا تختلف فيما بينها عند أهمالنا موادها الشخصية إلا باختلاف الصدق والكذب فحسب . وفي هذا يشبهها راسل بالأبعاد التي بعضها قدره بوصة وبعضها قدره بوصتان ، ولا شيء غير هذين الطولين : أما التضمن المادي فيشبهه بعلاقات « يساوي » و « أقل من » و « أكبر من » التي يمكن أدخالها بين تلك الأبعاد التي يقابلها في المنطق قيمتا الصدق والكذب فحسب .

لنلاحظ فوراً خروج اللوجستيقا عن المألوف في الاستنباط في المنطق التقليدي . فقد تصور المنطق دائما عملية الاستنباط كعملية تقوم على علاقة باطنة بين القضايا التي تستعمل كمقدمات ، وأعني بالعلاقة الباطنة تلك التي تقوم بين مواد القضايا أي معاني الفاظها بحيث أنه لا يمكن الاستنباط بين قضايا لا ترتبط باطنيا بوحدة المادة أو المعنى ، بعبارة أخرى لا يمكن استنباط أية قضية من أية قضية أخرى ، وأنما لا بد أن تتوافر أولا وحدة في المادة ، وهذا شأن مقدمات القياس اذ لا بد أن يكون هناك أشتراك في المعنى بين الحدود الثلاثة والا لما تيسر أن يقوم بينها حد أوسط : هذا هو التصور المألوف .

أما اللوجستيقا فأنه لا يمكنه أن يكتفي بمثل تلك العلاقة الباطنية الضيقة لأنه يطالب كما رأينا بأن لا نحفل بمعاني القضايا وبأن نتوسع في فهم العلاقة الاستنباطية بحيث نرى القضايا كلها ولا فرق بينها إلا في صفتي الصدق والكذب فتقوم العلاقة الأستنباطية بينها على أساس هاتين القيمتين كما تقوم علاقات يساوي وأقل وأكبر بين وحدات طولية من بوصة أو بوصتين . وهو لا يدافع

عن هذا الفهم الجديد للعلاقة الأستنباطية بأنه قد جرد القضايا عن معانيها فحسب. وبذلك يصل إلى نظرة « صورية » بحتة خليقة بالمنطق الصوري . وأنما يدافع عنه أيضا بأنه يصل على هذا النحو إلى التحرر من كل العوائق (المادية) التي تمنع من معالجة الأستنباط على نحو حسابي آلي . أذ في الواقع لم ينجح الحساب الرياضي إلا لكون موضوعات النظر فيه قابلة لأن يحل بعضها محل بعض بغض النظر عن معانيها التي قد تكون أعدادا أو سرعات أو حرارات الخ ...

وهذا الفهم الجديد للعلاقة الأستنباطية أدى باللوجستيقا أن يجد تعريفا أو تفسيرا جديدا للتضمن يسمح بأن نستنبط أي شيء من أي شيء آخر ، أعني أية قضية من أية قضية أخرى ، دون النظر إلى المواد. وأنما بالنظر إلى الصدق والكذب وحدهما مع شرط جوهري واحد هو ان يمتنع مع هذا استنباط الكذب من الصدق لأن هذا الشرط المقيد هو وحده هوالشرط الجوهري في كل استنباط سليم يحتاج اليه العلم ولا يمكن اغفاله لكي يصبح العلم المستنبط ممكنا . وقد توصل راسل إلى ذلك التعريف بتفسير التضمن على أساس النفي Negation والفصل Disjunction معا . فقال أن « ن تضمن ه » معناه « لا ن أو ه » وبالرمز

$$\text{ـ ن } \vee \text{ ه}$$

ولما كانت « لا ن » تعادل « ن كاذبة » و « ن » بمفردها تعادل « ن صادقة » فأن التعريف المذكور يمكن قراءته أيضا بقولنا : « ن كاذبة أو ه صادقة » ، ولا حاجة بنا كما يقول راسل بعد ذلك إلى خاصية أخرى لتعريف التضمن المادي فهو يكتفي بأن يكون المقدم كاذبا أو التالي صادقا » ويضيف راسل أن كون التضمن قد تكون له معان أخرى غير الذي ذكرناه فهذا أمر لا يهمنا أذ المعنى الذي سبق اختياره بالتعريف على أساس النفي والفصل فيه الكفاية للقيام بكل استنباط ممكن ، لأن من التأليفات الممكنة بين الصدق والكذب في قضيتين مثل ن ، ه وهي :

(١)　　ن صادقة　　　ه صادقة

(٢) ن صادقة ه كاذبة

(٣) ن كاذبة ه صادقة

(٤) ن كاذبة ه كاذبة

التأليف الثاني وحده هو الذي يستبعده التعريف المذكور للتضمن المادي ؛ أذ لكي يوجد تضمن مادي بين ن، ه يتحتم أن تكون « ه صادقة أو ن كاذبة » . بمعنى آخر لا يمكن أن تكون « ن صادقة أو ه كاذبة » وهذه الأستحالة هي بعينها التأليف الثاني الذي يشترط استبعاده القيد الجوهري لكل استنباط سليم . وعلى العكس من ذلك فأن التعريف المذكور للتضمن المادي ينتظم التأليفات الثلاثة الاخرى :

مثلا هو ينتظم على غير المتوقع التأليف الثالث لأنه أذا كانت لدينا القضية الكاذبة « سقراط مثلث » والقضية الصادقة ٢ + ٢ = ٤ فمن الواضح من التعريف المذكور للتضمن المادي أن القضية الأولى تتضمن الثانية ، بمعنى آخر « سقراط مثلث أو ٢ + ٢ = ٤ » تضمن سليم لأنه في الواقع تكون القضية الأولى كاذبة والثانية صادقة وكلاهما يؤلفان قضية منفصلة ، وهذا هو التعريف بالضبط .

هذا ولما كان «الفصل» معناه «على الأقل واحد طرفين» مما لا يمنع أن يكون الطرفان معا ، بمعنى أن يكون طرفا الفصل صادقين معا أو كاذبين معا ، فأن تعريف التضمن المادي ينتظم أيضا التأليفين الأول والرابع : مثلا « سقراط أنسان أو ٢ + ٢ = ٤ » هي تضمن صحيح وهذا هو التأليف الأول ، كذلك « سقراط مثلث أو ٢ + ٢ = انسان » تضمن صحيح يقابل التأليف الرابع حيث أنه حق أن قضيتين باطلتين لا يفضيان إلى شيء .

ويتضح من هذا أنه لما يخالف العرف حقا ويعاند فيه باديء الرأي المشترك بين الناس أن تكون القاعدة التالية مضمرة في تعريف التضمن وهي « أية قضية كاذبة تتضمن أية قضية أخرى صادقة أم كاذبة ، ثم أن أية قضية صادقة متضمنة في

كل قضية أخرى مهما كان صدقها أو كذبها » ، وتلك القاعدة تنتظم التأليفات الثلاثة المذكورة .

لقد حير هذا التصور للتضمن المادي الأذهان فترة طويلة فقد ناقشه شفر Scheffer [1] ونيكود Nicod [2] ولكن كما يقول راسل « أن العناد في قبول مثل هذا التصور راجع فيما أعتقد إلى انشغالنا بالتضمن الصوري الذي هو فكرة أكثر ألفة عندنا وحاضرة دائما في أذهاننا كقاعدة استنباطية حتى ولو كنا نستنبط فعلا على أساس التضمن المادي » .

أما في ما يختص بالتضمن الصوري فهو كما يدل اسمه استنباط يستند إلى صورة القضايا لا إلى قيمتها من حيث الصدق أو الكذب الماديين. والظروف التي يتأتى فيها مثل هذا الاستنباط هي التي تحددها علاقة ما بين صورة ن وصورة ه بقطع النظر عن الصدق والكذب في كل منهما . مثلا اذا علمنا أن القضية ن هي الكلية الموجبة و ه الكلية السالبة فاننا نستطيع القول بأن « ن تتضمن لا ه » وأن « ه تتضمن لا ن » دون حاجة بنا إلى معرفة سابقة بالصدق والكذب في كل من الطرفين اللذين يقوم بينهما التضمن الصوري . كما نستطيع أن نقول هنا أن التضمن صحيح سليم دائما بفضل الصورة وحدها مهما كانت القضايا المعينة التي يمكن أن تعوض بدلا عن المتغيرين ن ، ه .

مثال آخر أكثر ألفة عندنا عن التضمن الصوري هو مثال مبدأ القياس : أذا كانت ن تتضمن ه. ه تتضمن و ،فأن ن تتضمن و ، فتلك قضية صادقة في نفسها صدقا مستقلاً عن كل القضايا المحددة ذات المعنى التي يمكن أن تعوض بدلا عن المتغيرات ن ، ه ، و ، وكذلك عما نعلمه عن صدقها وكذبها .

وهذا النوع من التضمن تعبر عنه اللغة بصيغة « اذا ... ف ... » وهو لا يدعي بأن ن تتضمن ه ، ه تتضمن و تضمنا فعليا بل يقول « اذا كان الأمر

(1) Scheffer في Transactions of Americain Mathematical Society ١٩١٣ .
(2) Nicod في Proceedings of Cambridge Philosophical Society ١٩١٧ .

كذلك فان ن تتضمن و . وأذن فهو تضمن لا يقوم بين قضايا محددة أي يمكن أن يقال لها صادقة أو كاذبة وأنما يقوم بين عبارات فيها متغيرات وهذه المتغيرات ظاهرية Apparent Variables فحسب أي لا يتوقف عليها (على ما يوضع بدلا منها من قيم محددة) صدق أو كذب تلك العبارات كما هو الشأن في المتغيرات الحقيقية (Real Variables) . فتلك العبارات ذات المتغيرات الظاهرية صادقة دائما مهما عوضنا من قيم بدلا عن المتغيرات فيها . ولما كانت تلك العبارات ليست قضايا محددة مثل سقراط أنسان فأن راسل أدخلها في زمرة الدول القضائية (Propositional Functions) . وأذن فالتضمن الصوري « دالة قضـــائية » ولكنها دالة تمتاز بميزة طريفة هي أنها «دائما صادقة في نفسها» أي بفضل الصورة وحدها ، لأنه مع كون ن هو متغيرات إلا أنها متغيرات ظاهرية فحسب فلا يتوقف عليها صدق الدالة ويمكن بالتعويض الحصول بدلا منها على قضايا معينة محددة تقوم بينها علاقات تضمن مادي فحسب . وأذن فكل تضمن صوري هو دالة قضائية صادقة دائما بفضل الصورة وحدها وهي «كل» صوري تندرج تحته طائفة كبيرة من التضمنات المادية ، كما أنها أخيرا تضمن « متغير » أكثر منه تضمن يشتمل على متغيرات أذ ثبت أن المتغيرات هنا ظاهرية .

وراسل يوضح الفرق بين نوعي التضمن المذكورين بواسطة المثال الآتي : النظرية الخامسة من اقليدس تلزم عن النظرية الرابعة : فاذا كانت الرابعة صادقة فيلزم صدق الخامسة ، ومن ناحية أخرى أذا كانت الخامسة كاذبة فالرابعة كذلك . هذا مثال « للتضمن المادي » لأن كلا من النظريتين قضية محددة معينة من حيث الصدق والكذب ، والعلاقة الأستنباطية بينهما تقوم على هاتين القيمتين . ولكن من جهة أخرى تعبر كل منهما على حدة عن « تضمن صوري » فالرابعة مثلا تقول اذا كان ن ، هـ مثلثين يستوفيان شروطا معينة فاذن ن ، هـ مثلثان يستوفيان شروطا أخرى معينة ، وهذا ينطبق على كل القيم أي المثلثات التي تعوض عوضاً عن ن، هـ . وتقول الخامسة أذا كان ن مثلث متساوي الساقين فأن ن تتساوى فيه زاويتان .

ونوعا التضمن كما يقول راسل ضروريان لدراسة حساب القضايا ، ولكن التضمن المادي هو موضوع القضايا المنطقية وحدها في حين أن التضمن الصوري موضوع الرياضيات بالذات وينتظم جميع قضاياها ولهذا فقد وصف فتجنشتين Wittgenstein تلميذ راسل القضايا الرياضية بأنهـــا توتولوجية Tautologies وهو لفظ لا يعني كلمة « تحليلي » Analytic كما شاء أن يفسره أنصار كانط المعاصرون من الناظرين في مسألة أصول الرياضة ، وأنما معناه أن القضايا الرياضية قضايا صادقة دائما على أساس الصورة وحدها لأنها كلها قضايا تضمن صوري لا تقول شيئا معينا بالذات عن عالمنا الواقعي وأنما هي صادقة في كل العوالم الممكنة ، ثم لكونها أيضا ذات متغيرات ظاهرية فحسب لا يتوقف عليها صدق أو كذب .

الفصل التاسع

حساب القضايا الأبتدائية :
مـن الأستعراض الفلسفي الى الأستعراض الرياضي

(٢٣) حساب القضايا الأبتدائية نقطة البدء في اللوجستيقا بدلاً من التصورات التي يبدأ منها المنطق التقليدي .

(٢٤) حساب القضايا الأبتدائية في صورته الرياضية كنسق استنباطي .

بعد أن فرغنا من معالجة أول الثوابت المنطقية وهو التضمن بوجهية المادي والصوري يجب أن نقطع استعراضنا للثوابت الأخرى كما يفعل راسل نفسه في كتابه POM ، وأن نسلك مسلكه في بيان أن ذلك الثابت يكفي في أقامة أول أنواع الحساب المنطقي وهو حساب القضايا الأبتدائية في حين أن أنواع الحساب الأخرى تحتاج إلى أدخال الثوابت الباقية الواردة في الثبت المنقول سابقا .

والنقطة الأولى التي نواجهها الآن هي لماذا وجب تقديم حساب القضايا الأبتدائية ؟ وهنا نواجه مسألة تاريخية فقد كان المنطق الصوري القديم ، وجبر المنطق من جورج بول إلى شريدر ، والمنطق الرياضي عند بيانو تبدأ كلها موضوعاتها « بالتصورات » ثم تتناول بعد ذلك « التصديقات » أي القضايا الحملية المرموز لها في المنطق التقليدي بالحروف OIEA وكلها قضايا كلية بالطبع لأنها تنحل إلى تلك التصورات ، ثم تعالج أخيرا قوانين الاستنباط القياسي التي تنجم عن الاقترانات المختلفة لتلك القضايا الكلية .

ولكن راسل قلب تلك الأوضاع التاريخية وقد مهد له بيانو وفريجه ببيانهما أن ذلك الترتيب التقليدي انما جاء من اقتصار المنطق القديم على النظر في تلك القضايا الأربع واعتباره أياها أبسط القضايا المنطقية . وهذا واضح البطلان الآن

لأن التحليل الرمزي بين أنها ليست القضايا الوحيدة حتى تنفرد باهتمام المنطقي كما أنها أكثر القضايا تعقيدا ويمكن أن ترد بطريق الرمز إلى قضايا أكثر بساطة . واتقلاب راسل هو أولا حصْرُ المنطق الصوري في قوانين الاستنباط ومنها القياس ، وجعلها المطلوب الوحيد في هذا العلم . وثانيا استخلاص تلك القوانين المنطقية القائمة بين قضايا لا نعرف عن أجزائها الداخلية شيئاً ، أعني في هيئة غير محللة مثل ن،ه،و،ى . ويتألف من هذين المطلبين أول أنواع الحساب المنطقي المعروف بحساب القضايا الأبتدائية .

أما حساب القضايا المحللة إلى موضوع ومحمول كليين المسمى حساب الدوال القضائية Functions of Propositional Functions ثم حساب التصورات أو الفئات ثم حساب العلاقات فكلها تستعمل قوانين الحساب الأول وتشتق منه في نسق استنباطي محكم وذلك بتعريف ثوابتها على أساس ثوابت الحساب الأول .

وأسباب هذا التقديم والتأخير بين أنواع الحساب في اللوجستيقا فنية لا تدرك ألا في داخل النسق الأستنباطي الذي ينتظم هذا العلم . لكن لنتحلل قليلا من ذلك التنسيق الأستنباطي ولنأخذ « التصورات » التي كانت نقطة البداية في المنطق التقليدي والتي قامت عليها فلسفات القرن السابع عشر عندما قالت أنها فطرية أو أنها مكتسبة ؛ وعندما حاولت أن تضع بينها أسبقية فميزت البسيط منها والمركب وغير ذلك ، ثم لننظر كيف أنها ليست نقطة البداية في اللوجستيقا وكيف تتأخر في ترتيبها عن حساب القضايا الأبتدائية وترد إلى هذه الأخيرة بطريق الاشتقاق .

من وجهة نظر اللوجستيقا تلك التصورات ان هي الا قضايا مجملة غير محللة ولا مفصلة . وهي تحتاج في تحليلها وتفصيلها إلى رموز منطقية منها الثابت ومنها المتغير لكي تنجلي الصلة بينها وبين كونها قضايا . ويمكن الأشارة إلى هذا الموقف الجديد حيال التصورات بان علماء النفس سبقوا المناطقة في إيضاح هذه الحقيقة وهي أن كل تصور كلي مما كان يبدأ به المنطق التقليدي انما هو

دالة لقضايا عديدة Propositional Function منها ما هو صادق ومنها ما هو كاذب . ولفظ الدالة مأخوذ طبعا من الرياضيات ويدل على صيغة ناقصة مجملة لا يقال عند سماعها أنها صادقة أو كاذبة كما يقال عند سماع القضايا الحقيقية أي التامة المعنى لتمام حدودها . ذلك لأن الصيغة تشتمل ولو بطريق غير مباشر على فراغ يشار اليه في الرياضة بحرف متغير لا يدل على شيء بالذات ولا معنى له ولكنه بحيث اذا وضعت قيمة محددة بدلا منه أصبحت الدالة القضائية قضية حقيقية محددة المعنى يمكن أن يقال لها صادقة أو كاذبة . مثلا لو أخذنا تصور « انسان » وتجردنا عن معارفنا المضمرة ونظرنا إلى عالم الأعيان لما وجدنا عينا هو « الأنسان » . فلا نستطيع أن نقول أنه صادق أو كاذب . فهو أذن صيغة ناقصة تشتمل على فراغ يمكن تصويره على الوجه الآتي وفقا لفريجه :

( ) أنسان

كما يمكن تصوير هذا الفراغ بأسلوب الرياضة في الرمز على الوجه الآتي :

س أنسان

وهذه هي الدالة القضائية التي لا تحتمل الصدق أو الكذب وان كانت قد فصلت وحللت الصورة القضائية التي يجملها التصور . ذلك لأن كل تصور كما قلنا هو قضية مجملة يقال لها دالة قضائية . ثم ان تلك الدالة القضائية لا تصبح قضية تامة المعنى أي صادقة أو كاذبة فعلا إلا عندما نستبدل المتغير س بقيم عينية في هذا العالم مثل سقراط وقلم وغير ذلك . فتتكون عندئذ أحكام لا حصر لها بعضها صادق وبعضها كاذب .

نرى من هذا كيف أن التصورات باعتبارها دوال قضائية هي فرع عن القضايا ويجب أن ترد اليها وتكون لاحقة لها في ترتيب حسابها لا مقدمة عليها كما هو الشأن في المنطق التقليدي . كذلك نرى بوضوح الفلسفة التجريبية التي يصدر عنها اللوجستيقا عندما يرد تلك التصورات الكلية بطرق الرمز إلى أشياء

واقعية . خذ مثلا القضية الكلية في المنطق القديم : « الأنسان حيوان » . فهي عند راسل دالة قضايا ، وتصبح قضية عندما يردها إلى الواقع بقوله مثلا :

« اذا كان سقراط انسانا فهو أيضا حيوان »

ولبرتراند راسل عبارة مشهورة في حسم مشكلة الكليات التي ظهرت منذ ظهور الفلسفة . فهو باستناده إلى نظريته التي ترد التصورات بطريق الرمز إلى الوجود العيني يقول : « لم تعد الكليات من أثاث هذا العالم » .

سبب آخر لتقديم حساب القضايا غير المحللة على أنواع الحساب الأخرى هو أن ذلك الحساب أبسط الأنواع وأعمها من حيث أنه لا يتعرض للقضايا في ذاتها وأنما فقط إلى قوانين ارتباطها برباط الأستنباط ، تلك القوانين التي تبقى هي هي بعينها حين تحلل القضايا في المراحل اللاحقة في اللوجستيقا وحين تدخل ثوابت أخرى لأنواع الحساب اللاحقة . وتلك القوانين الأستنباطية هي في الواقع معاني العمليات المنطقية Logical Operations ومعالجتها متفرقة ومجتمعة بين قضايا غير محللة . ويمكن تشبيه تلك العمليات بقواعد الحساب العادي . لذلك كانت نسبة تلك العمليات إلى أنواع الحساب الأخرى في المنطق كنسبة القواعد الحسابية العددية إلى كل انواع الحساب الرياضي المعقدة كأنواع الجبر والتحليل. ومن ثم سنحصر الكلام من الآن في حساب القضايا الأبتدائية وحده .

٢٤

ونحن في استعراضنا لحساب القضايا الأبتدائية الآن في صورته الرياضية عند راسل ننتقل من كتابه PoM الذي كنا نستند اليه إلى كتابه بالأشتراك مع هويتهد وهو PM .

وهنا كما في الكتاب الأول توجد فلسفة تجريبية واضحة صدر عنها اللوجستيقا ترى أن كل أحكامنا أو قضايانا يمكن أن ترد إلى الواقع وتعبر عن هذا العالم .

والقضايا التي تعبر عن هذا العالم والتي تجري عليها العمليات المنطقية في البداية ويقوم عليها حساب القضايا يسميها راسل « القضايا الأبتدائية » Elementary Propositions . ومنها ما هو مفرد ويسميه راســـل « القضية الذرية » Atomic Proposition ويعبر عنه بحرف واحد مثل ن الذي يعبر من وجهة نظر اللوجستيقا عن واقعة مثل « هذا أحمر » ، تجرع سقراط السم ، وغير ذلك من الوقائع والمشاهدات ، وكلها « أيجابي » طبعا لأن التجربة لا تكون « سلبية » أي لا تمدنا مباشرة بفكرة « النفي »[1] .

ولكن العلم قد يؤدي بك إلى العدول عن الموقف الأيجابي ، فيدخل المنطق أول عملياته وهي « النفي » Negation فيقول « لا ن » . والنفي ثابت من الثوابت

---

(١) سبق أن بينا خطأ هذا الموقف .

المنطقية ، وقد يدخل على قضية ذرية منفردة فتبقى القضية المنفية «ذرية» أيضا .

وإلى جوار القضايا الذرية توجد القضايا المركبة من الذرية ، ويسميها راسل « القضايا الجزئية » Molcular Prop. ويرمز اليهـــا بحرفين أو أكثر حسب التركيب .

والتركيب المنطقي بين القضايا الذرية أنما يتم عند راسل « بالفصل » أو « الوصل » أو « التضمن » أو « المساواة » . أو بالجمع بين عمليتين أو أكثر من تلك العمليات كلها بما فيها النفي . فالعمليات المنطقية هي أذن : النفي والفصل والوصل والتضمن والمساواة متفرقة ومجتمعة . وقد شرحنا تلك العمليات فيما تقدم في مواضع مختلفة .

أذا تذكرنا تلك العمليات القليلة وتذكرنا أيضا أن غرض راسل هو أن يجعل علم الأستنباط علما في ذاته أستنباطيا أيضا : أي نسقا استنباطيا ، فقد وجب البرهان على كل قانون منطقي أبتداء من مسلمات أي قضايا أولية ، كما وجب تعريف كل ثابت منطقي ابتداء من ثابت أولي أو أكثر : بمعنى آخر وجب تنسيق المنطق تنسيقا استنباطيا يبتدىء من عدد محدود من التصورات أو الحدود الأبتدائية ، وعدد محدود آخر من القضايا الأبتدائية المناسبة لتلك الحدود ، فتشتق من تلك الأوليات كل التعريفات (تعريفات الحدود المشتقة) والنظريات (القوانين المبرهنة) اللاحقة في المنطق .

ففي كتاب PoM الذي كنا بصدده (في الفقرات ٢٠ ، ٢١ ، ٢٢) اتخذ راسل لنسقه الأستنباطي في المنطق تصوراً أبتدائياً وحيدا هو ثابت التضمن ، كما اتخذ أيضا عشر مسلمات وقال بمناسبة هذه المسلمات العشر أنه في الحالة الراهنة لتقدم المنطق — وكان يكتب عام ١٩٠٣ — لم يستطع أن يردها إلى ما هو أقل من ذلك عدداً . وينم ذلك عن رغبته منذ ذاك في الأقتصاد في عددها . هذا وعن طريق التضمن عرّف العمليات المنطقية الأخرى كما أشتق كل

كما يعتمد كذلك على المسلمات الخمس الآتية التي تدخل علامات ما بين الحدين الأبتدائيين أو الحدود المشتقة من هذين الحدين ، وتلك المسلمات هينة القراءة فلنكتبها كما يأتي :

(١) (ن V ه) C ن ..... (قانون التوتولوجيا أو اللغو Tautology أو قانون الثنائية Law of Duality عند جورج بول)

(٢) ه C (ن V ه) (قانون الجمع Addition)

(٣) (ن V ه) C (ه V ن) (قانون التبادل Commutation)

(٤) ن V (ه V و) C ه V (ن V و) (قانون الأشتراك Association

(٥) (ه C و) C ((ن V ه) C (ن V و)) قانون التجميع Summation

هذا فيما يختص بالأوليات حدوداً كانت أو مسلمات في هذا النسق . أما المشتقات فهي أما حدود مشتقة « بالتعريفات » Definitions وإما قضايا مشتقة « بالبراهين » Demonstrations

والتضمن هو أول الحدود المشتقة بالتعريف على الوجه الآتي (مع ملاحظة أن الرمز « تع » اختصار لكلمة تعريف التي يرمز اليها راسل Df)

ن C ه = ــ ن V ه تع

ونلاحظ فوراً بمناسبة هذا التعريف وأيضا التعريفات القادمة أن من طبيعة النسق الأستنباطي ألا يقبل شيئا جديدا لم تسبق معرفته في الأوليات . وهو أن فعل ذلك يكون قد أنحرف عن جادة الأستنباط الصرف ولجأ إلى الحدس في أية صورة كانت ، أعني إلى البداهة . لهذا يمكن القول بأن التضمن هنا ليس فكرة جديدة وأنما هو رمز جديد فحسب يختصر رموزاً أطول سبقت معرفتها في النسق كما هو واضح من الصيغة . فالرمز الجديد هو رمز التضمن الذي يظهر هنا لأول مرة وهو الحد الذي نريد تعريفه فنكتبه هنا إلى يمين علامة المساواة . أما الرموز المطولة التي تعرف الرمز الجديد المختصر فهي ذلك التأليف المعين بين

النفي والفصل السابقين في المعرفة عندنا . ويكتب التأليف الجديد إلى يسار المساواة . ثم نتبع ذلك كله إقتداء براسل بالرمز « تع » إشارة إلى أننا هنا بأزاء تعريف وضع اصطلاحاً فلا يحتاج إلى برهان اذ القضايا وحدها هي التي تبرهن .

ومثل هذا التعريف الأصطلاحي هو الذي يسمى في تاريخ المنطق « التعريف الأسمى » Nominal Definition في مقابل التعريف الحقيقي « Real Definition ، ذلك لأنه يشرح أسما جديدا (هو التضمن) بأسماء سابقة في المعرفة ومألوفة في النسق (النفي والفصل). والتعريف الحقيقي وهم بدده تقدم العلوم وخاصة العلوم الأستنباطية: فكل تعريفات المنطق والرياضة كما بين راسل أسمية بالمعنى الذي أثبتناه .

هذا والتضمن والوصل والمساواة هي الحدود الجديدة التي لها تعريفات أسمية ، والتعريفات هي التي تحدثنا عنها بلغة النفي والفصل المألوفة لدينا منذ البداية في هذا النسق .

ثم بعد أن يعرف راسل التضمن ويبرهن على عدد كبير من القضايا أو القوانين المنطقية القائمة عليه وحده يدخل راسل فكرة « الوصل » ويعرفها كما يأتي :

ن . هـ = — (— ن v — هـ)   تع

التي يمكن قراءتها كما يأتي : الوصل معناه أنه من الخطأ أن تكون القضيتان المنفصلتان كاذبتين ، بمعنى آخر أنه من الضروري أن تصدقا معاً (وهذا هو عين التركيب الأول حسب القيم الأربع للقضيتين ن ، هـ الذي يستبقيه الوصل عندما يصدق الطرفان معا وذلك ما ستحقق منه لاحقا بمناسبة كلامنا عن طريقة تارسكي [1] .

ثم بعد أن يورد راسل قضايا كثيرة خاصة بالوصل مع براهينها يدخل « المساواة » المنطقية ويعرفها كما يأتي :

(١) انظر الفقرة (٢٦ رقم ١٤)

[(ن C هـ) . (هـ C ن)] = (هـ = ن)　　　تع

وقراءة هذه العبارة سهلة فهي تعرف المساواة بأنها تضمن متبادل بين قضيتين ، وما دام هو متبادل فلا بد أن يقوم الوصل بين المتبادلين ، أعني علاقة الضرب . وبهذا يكتمل أشتقاق الحدود المعرَّفة.

ثم يورد راسل عدداً كبيراً من القضايا القائمة على المساواة ويبرهن عليها .

ونشرع الآن في تناول القضايا أو القوانين المشتقة بالبرهان من المسلمات المذكورة لنبين طريقة البرهان عليها .

وهنا يجب التقديم بملاحظة هامة هي أن كل قضية من تلك القوانين تسمى « توتولوجيا » Tautology وهو لفظ يدل هنا على معنى غير الذي أسميناه قانون التوتولوجيا في المسلمة الأولى أو في جبر المنطق . فمعناه هناك هو أن الحد أذا تكرر بالضرب أو بالجمع فان النتيجة هي عين الحد ولا تزيد عليه شيئا على عكس ما هو مألوف في الجبر العادي (أنظر الفقرة ١٩) . أما هنا فيقصد باللفظ أن كل قضية منطقية لا تصبح قانونا من قوانين هذا المنطق المنسق أستنباطيا إلا إذا كانت « توتولوجيا » أي « صادقة دائما » في داخل النسق بحيث لا يتغير صدقها مهما كانت القيم المحددة التي تعوض بدلا عن المتغيرات الواردة فيها . فأذا ثبت بالبرهان أن النظرية هي توتولوجيا بهذا المعنى فهي قانون من قوانين المنطق الذي نحن بصدده . وبهذا تكون كلمة توتولوجيا هنا معناها القانون المنطقي المتميز بالصدق دائما .

بعد هذه الملاحظة نورد هنا عدداً يسيرا من أشهر قوانين المنطق التي لها أسماء تدل عليها وهي سهلة القراءة وسنجعل هنا علامة المساواة العلامة الأساسية بين طرفي القضية لأنها أكثر ألفة بدلا من علامة التضمن :

أولا : قوانين تستند إلى النفي :

— (— ن) = ن　　　قانون نفي النفي أثبات

ن = ـ (ـ ن)　　　قانون نفي النفي اثبات

ـ ـ ـ ن = ـ ن　　　قانون النفي المثلث

ثانيا : قوانين تستند الى الضرب

ن . ن = ن　　　قانون التوتولوجيا

ن . هـ = هـ . ن　　　التبادل في حالة الضرب

ن . (هـ . و) = (ن . هـ) . و　　　الأشتراك في حالة الضرب

ن . (هـ . و) = ن . هـ . و　　　الأشتراك في حالة الضرب

ثالثا : قوانين تستند إلى الجمع والضرب

ن . (هـ ٧ و) = (ن . هـ) ٧ (ن . و)التوزيع بين الضرب والجمع

ن ٧ (هـ . و) = (ن . هـ) ٧ (ن ٧ و)التوزيع بين الضرب والجمع

ن . (ن ٧ هـ) = ن ٧ ن . هـ

رابعا : قوانين تستند إلى النفي والضرب والجمع

ـ (ن . هـ) = ـ ن ٧ ـ هـ

ـ (ن ٧ هـ) = ـ ن . ـ هـ

ن . (هـ ٧ ـ هـ) = ن　　　حذف عامل صادق

ن ٧ هـ . ـ هـ = ن　　　حذف عامل كاذب

خامسا : قوانين تستند إلى التضمن والنفي والضرب والجمع

ن ⊂ هـ = ـ (ن . ـ هـ)

ن ⊂ هـ = ـ هـ ⊂ ـ ن　　　قانون العكس

ن ⊂ ـ ن = ـ ن قانون الخلف

ـ ن ⊂ هـ = ـ هـ ⊂ ن

ساداساً : قوانين لا تستند إلى المساواة

ن ⊂ ن قانون الهوية أو الذاتية

ن ٧ ـ ن قانون الثالث المرفوع

ـ (ن . ـ ن) قانون عدم التناقض

ن ⊂ (ن ٧ هـ) قانون أضافة حد

ن ⊂ (هـ ⊂ ن) قانون أضافة تضمن

((ن ⊂ هـ) . (هـ ⊂ و)) ⊂ (ن ⊂ و) قانون القياس

ألخ .....

القضايا السالفة بعض من أكثر من أربعمائة قانون أو قضية وردت في حساب القضايا الإبتدائية مع براهينها . وبراهينها مستمدة من المسلمات مباشرة أو من قضايا سبق برهانها . وفائدة مثل هذه البراهين المعهودة في الرياضة هي أن نتبين في كل مرحلة من مراحل الإشتقاق أي المسلمات وأي القضايا المبرهنة تستعمل في برهان القضية التي هي موضع النظر وبذلك نتأكد من أنه لم تحدث مغالطة أثناء البرهان ولم تتزلق خلسة بداهة مضمرة في الذهن أو حدس من أي نوع . وهذا أمر واضح الضرورة الآن بالنسبة لقضايا اللوجستيقا المنسقة تنسيقا استنباطيا لأنه ستستنبط منها قضايا الرياضة بادئة بالأعداد .

في كل فروع الرياضة توجد قواعد عملية تطبق عند تناول أو معالجة الصيغ الرياضية حسب قوانين الرياضة وفي حالة حساب القضايا الإبتدائية توجد قاعدتان عمليتان لمعالجة الصيغ يؤدي تطبيقهما ومراعاتهما إلى استنباط القضايا برهانيا من الأوليات .

والقاعدة الأولى هي قاعدة التعويض Law of Substitution ومؤداها أنه في كل صيغة من صيغ المنطق يمكن أن تعوّض قضية ما ، حيثما توجد القضية : بقضية أخرى تعادلها ، أو بصيغة أخرى تعادلها أيضا رغم أختلاف الرموز ، لتكن مثلا القضية « ن ٧ هـ » ولتكن أيضا القضية « و » معادلة للقضية ن في صدقها أو كذبها فنحصل بتطبيق قاعدة التعويض على القضية و ٧ هـ هذا مثال لتعويض قضية منفردة بقضية منفردة تعادلها .

ولكن يمكن أيضا أن تعوض قضية في داخل صيغة بقضية تعادلها . لتكن مثلا القضية ن ولتكن أيضا صيغة قانون الثالث المرفوع ن ٧ ـ ن فأنه يمكن التعويض عن ن بهذا القانون نفسه في داخل صيغة القانون فنحصل على ما يأتي :

(ن ٧ ـ ن) ٧ ـ (ن ٧ ـ ن)

والخلاصة في هذه القاعدة هي أنه أذا تعادلت قضيتان فأنه يمكن تعويض أحداهما بالأخرى .

القاعدة الثانية قاعدة الأستنتاج Law of Inference وهي قاعدة مستعملة في العلوم الرياضية وأن لم يصرح بها : ومؤداها أنك أذا سلمت بصدق قضية ولتكن ا وعلمت أيضا أنه تلزم عنها أيضا بالتضمن قضية أخرى مثل ب فأنك تستطيع أن تستنتج مما تقدم ثبوت ب بمفردها كقضية صادقة ويمكن وضع هذه القاعدة في الصورة الرمزية الآتية :

ا

ا ⊃ ب

―――

ب

ويمكن أن تكون الصورة أكثر تعقيدا بقبول قضايا أخرى تلزم بالتضمن عن ب .

وهذه القاعدة كما يدل مؤداها هي التي تسمح بالأنتقال من المقدمات إلى نتائجها ، ومن نظرية إلى غيرها . إنه يترتب على تطبيقها مرة أو أكثر الحصول على نتيجة في كل برهان ..

غير أن هاتين القاعدتين قاعدتان عمليتان وليسا من قوانين المنطق الرمزية [1] ويسميهما راسل بالمبدأين غير الصوريين » دلالة على أختلافهما عن قوانين المنطق الصوريـــة التي يمكن أن تكتب كلهـــا بالرموز . فهما أذن كما يقول راسل أيضا « قاعدتان لأجراء الحساب المنطقي وليسا من قوانين هذا الحساب » ، ومن ثم فهما ينتسبان إلى ميثودولوجية المنطق أي الى مناهجه. ويمكن فهم الفارق بين هذين المبدأين وبين قوانين المنطق الصورية أذا أتخذنا تشبيها من الشطرنج : فالصيغ المنطقية كلها تشبه الأقترانات Combinations المتتابعة التي تأخذها القطع فوق الرقعة خطوة بعد خطوة . أما القاعدتان العمليتان فيشبهان قواعد اللعب ، أي قواعد الحصول على تلك الاقترانات أو الأوضاع المتتابعة . وواضح من هذا التشبيه أنه بدون وجود القواعد الخاصة باللعب لا يمكن الأنتقال من خانة إلى أخرى فوق الرقعة للحصول على اقتران جديد . وهذا التشبيه نفسه يفسر لنا لماذا تكون القاعدتان المذكورتان غير صوريتين ولا ينتسبان إلى المنطق الصوري ، وأنما هما يشبهان إلى « فكر » مدبر للصيغ المنطقية ومهيمن عليها . وهذا ما من أجله ذهب أنصار مذهب التشابه الظاهري بين المنطق والرياضة إلى أن اللوجستيقا ليس كاملا في صوريته كما يدعي لنفسه لأنه عجز عن استيعاب هاتين القاعدتين رمزيا ولذلك فانه ليس المنطق بالذات وبالحقيقة ومن ثم فهو يفترض قبله منطقا آخر هو منطق العقل المفكر المدبر (أنظر الفقرة ١١) .

تطبيقا لكل ما تقدم نستطيع الآن أن نقدم كمثال للبراهين عند راسل برهانه على أول قضية مبرهنة في PM وسنورد هذا البرهان مشروحا بينما هو لا يشغل غير سطرين عند راسل . والقضية هي :

ن — C (ن — C ن)

وهي صيغة قانون الخلف وهي هينة القراءة لأنها تقول اذا تضمنت القضية ن كذبها فهي كاذبة . والبرهان عليها يبدأ بالالتجاء إلى المسلمة الأولى وهي :

---

(١) انظر نقد مذهب التشابه الظاهري للوجيستيقا بالنظر إلى هاتين القاعدتين (الفقرة ١١)

(ن V ن) C ن

فنعوض فيها — ن بدلا من ن فنحصل على الصيغة الآتية :

(— ن V — ن) C — ن .... (١)

فاذا طبقنا على هذه القضية (١) تعريف التضمن فسنحصل على الصيغة (٢) وهي النتيجة لأنها عين القضية المطلوب برهانها . فبتطبيق التعريف المذكور وهو :

ن C هـ = — ن V هـ   تع

نحصل على ما يأتي :

(ن C — ن) C — ن .... (٢)

ولنأخذ مثالا آخر أكثر تعقيدا هو البرهان على أن القضية التالية هي توتولوجيا في هذا المنطق ؛ والبرهان هنا مصحوب بشرح غير وارد عند راسل ومن ثم يبدو طويلا . والقضية هي :

(ن C هـ) C ((هـ C و) C (ن C و))

يبدأ البرهان بتعويض — ن بدلا من ن وكذلك — هـ بدلا من هـ في المسلمة الرابعة وهي :

(ن V (هـ V و)) C (هـ V (هـ V و))

فنحصل منها بذلك التعويض على :

((— ن) V (— هـ V و)) C ((— هـ) V (— ن V و))

ثم بتطبيق تعريف التضمن على هذه الصيغة نحصل على :

((ن C (هـ C و)) C ((هـ C (ن C و)) .... (١)

ثم بتعويض — ن بدلا من ن في المسلمة الخامسة وهي :

(هـ C و) C ((ن V هـ) C (ن V و))

نحصل بالتعويض على :

(ه C و) C ((ـــ ن V ه) C (ـــ ن V و))

ويأستعمال تعريف التضمن أيضاً على نفس الوتيرة نحصل من القضية السابقة على التوتولوجيا الآتية :

(ه C و) C ((ن C ه) C (ن C و)) .... (٢)

ثم بالرجوع إلى (١) وبتعويض (ه C و) بدلا من ن ثم ن C ه بدلا من ه ثم ن C و بدلا من و نحصل على الصيغة الطويلة الآتية :

[(ه C و) C ((ن C ه) C (ن C و))] C

[(ن C ه) C ((ه C و) C (ن C و))] .... (٣)

التي هي نموذج للقاعدة ا C ب حيث ا هو عين الصيغة (٢) التي بينا أنها توتولوجيا . وتطبيق هذه القاعدة (قاعدة الاستنتاج) هو ما يسمح لنا بأثبات ب التي هي (٣) أعني :

[(ن C ه) C ((ه C و) C (ن C و))]

التي تصبح تولولوجيا وهو المطلوب برهانه .

لنلاحظ في هذا البرهان أنه أستعمل قاعدة التعويض مرتين كما أستعمل قاعدة الأستنتاج مرتين أيضا . ومن ثم فهو أكثر تعقيدا من سابقه ، ويمكن تصوير تطبيق قاعدة الأستنتاج هنا على النحو الآتي :

ا

ا C ب

―――

ب

ب

ب C حـ

―――

حـ

الآن وقد شرحنا قواعد البرهان وبينا في مثالين تطبيقا لها يمكننا أن نختم أستعراضنا لحساب القضايا الأبتدائية في PM بالأشارة إلى أن كل قضايا المنطق يتم برهانها على نفس الوتيرة .

وقد يكون من المناسب أن نعطى التطبيقات الآتية لألفة هـــذه الطريقة التي أرتضاها راسل في الأستنباط .

التطبيق الأول (هـ ⊂ و) ⊂ ((ن ⊂ هـ) ⊂ (ن ⊂ و))

الحل : (١) تستعمل المسلمة الخامسة . وتعوض ــ ن بدلا من ن

(٢) يطبق تعريف التضمن .

التطبيق الثاني : ــ ن ⊂ (ن ⊂ هـ) ومعناها أن القضية الكاذبة تتضمن أية قضية .

الحل : (١) المسلمة الثانية مع تعويض ن بدلا من هـ ثم هـ بدلا من ن

(٢) تستعمل المسلمة الثالثة .

(٣) اكتب ن ⊂ هـ بدلا من تعريفها عندما يظهر التعريف .

التطبيق الثالث : (ن ⊂ ــ هـ) ⊂ (هـ ⊂ ــ ن)

الحل : المسلمة الرابعة مع أدخال ــ ن بدلا من ن ثم ــ هـ بدلا من هـ .

الفصل العاشر

طريقة الجداول في حساب القضايا الابتدائية

(٢٥) صعوبات طريقة البرهان عند راسل والأستعاضة عنها بطريقة الجداول.

(٢٦) أستعراض حساب القضايا الأبتدائية بطريقة الجداول .

٢٥

لقد أستعرضت في أختصار هيكل حساب القضايا الأبتدائية أو الأولية Calculus of Elamentary Propositions عند راسل في ضوء كتابيه PoM و PM وبينت طريقة أشتقاق القضايا المنطقية عنده أبتداء من مسلمات خمس .

ونستطيع الآن أن نلاحظ بعض الملاحظات : وأولها أن طريقة البرهان عند راسل التي أعطيت نموذجين لها هي الطريقة المثلى للبرهان لأنها طريقة علمية معروفة في العلوم الرياضية الراسخة التقاليد ، ثم لأنها تمتد إلى أنواع الحساب الأخرى التي يشتمل عليها اللوجستيقا وهي حساب الدوال القضائية ثم حساب الفئات ثم حساب العلاقات كما تمتد إلى أشتقاق أبواب الرياضة المختلفة .

ولكنها طريقة تحتاج إلى ألفة بالأساليب الرياضية في البداية على الأقل ، كما أنها تحتاج إلى وجود ثبت المسلمات تحت البصر دائما عند اقامة البراهين تماما كما تخطر في الذهن مسلمات الهندسة عند برهان النظريات الهندسية . وهذا ما يجعل طريقة راسل غير عملية عند المبتدئين . وهنا ينشأ السؤال الآتي :

هل توجد طريقة أخرى للبرهان على توتولوجيات حساب القضايا الأبتدائية أكثر سهولة في التطبيق ؟

لقد أجاب على هذا السؤال بالإيجاب كل من الفريد تارسكي Tarski ولوكاز زيفتش Luckasiewicz البولونيين وذلك بأيجاد طريقة جديدة سهلة سمياها طريقة الجداول Matrix method اتضح من تطبيقها على منطق راسل أنها مرنة جدا بحيث أدت إلى ظهور أنواع لا حصر لها من المنطق غير ذلك المنطق المشترك بين أرسطو وراسل الذي يستند إلى قيمتين أثنتين فقط هما الصدق والكذب . وهذا جانب من جوانب كثيرة من تطور المنطق بعد راسل .

يشترك المنطق الصوري القديم (الأرسطي) ومنطق راسل في نواح كثيرة يستوقفنا منها الآن أنهما منطق الصادق Truth والكذب False ، أي أنهما منطق ثنائي القيم Bivalent logic .

حقا لا توجد أشارة صريحة إلى هاتين القيمتين في منطق أرسطو ولا في منطق راسل . فمسلمات هذا الأخير وحدوده الأبتدائية وكذلك كل قضاياه وثوابته المشتقة خالية من مثل تلك الأشارة . ولكن القيمتين المذكورتين (الصدق والكذب) مع ذلك مفترضتان ضمنا في كل قضايا ذلك المنطق لأن أحدى توتولوجياته التي يشترك فيها مع أرسطو تقول : إن كل قضية أما صادقة وإما كاذبة ولا وسط بين صدق القضية وكذبها (ن ٧ — ن) وهذا هو قانون الثالث المرفوع Excluded Middle الذي يصدر عنه المنطقان . ومن ثم وجب القول بأن منطق راسل كمنطق أرسطو هو منطق الصدق والكذب فحسب .

والجديد في طريقة تارسكي ولوكاز يفتش هو أبراز هذين الثابتين المنطقيين ، واتخاذ هاتين القيمتين كحدين أوليين في أقامة حساب القضايا الأبتدائية بحيث يبدو هذا الحساب منطقا للصادق والكاذب فقط .

ولما كان المؤلفان المذكوران قد بينا أيضا امكان تأسيس أنواع من المنطق أخرى كل واحد منها متدرج في تزايد القيم ، بمعنى آخر لما بينا أمكان تعميم طريقتهما لأيجاد أنواع منطقية ذات قيم متكاثرة Polyvalent logics على أساس نبذ مبدأ الثالث المرفوع ، فأننا سندمجهما في استعراضنا للمنطق الثنائي القيم بطريقة الجداول

.إلى استعمال سلسلة الأرقام الصحيحة لندل بكل رقم منها على فكرة جديدة أو نقطة غير مسبوقة في هذا المنطق وهذا مما يسمح لنا عند استعراضنا للمنطق ذي القيم الثلاث بالمقارنة في كل نقطة على حدة عندما نستعمل فيه أرقاما أيضا وتلك هي الطريقة التي يستعملها عادة اللوجستيقيون عند استعراضهم لقضايا علمهم . وقد أستحدثها بيانو Peano وحسنها راسل .

وأذا كان كل عدد من الأعداد الصحيحة يدل على نقطة جديدة لم تسبق معرفتها فيما قبلها من النقط ، فأننا سنستعمل إلى جوارها الأعداد العشرية فتدل بكل عدد عشري إلى نقطة متفرعة عن نقطة العدد الصحيح ، فأذا تركب عددان عشريان دل ذلك على أننا بأزاء تفريع متزايد،أي تفرع عن فرع ، فتبدو بذلك كل مراحل الأستعراض واضحة الإرتباط وثيقة التسلسل [1] .

(١) نحن هنا بأزاء تفرقة أقرب ما تكون إلى تفرقة ابن سينا بين الأشارات والتنبيهات والتذييلات الخ. في كتابه الأشارات والتنبيهات .

٢٦

١ ــ لنسم « قضية ثابتة » Constant Proposition كل كلام مفيد يمكن أن يقال لقائله صادق أو كاذب ، وبما أنه كلام مفيد أي له معنى في هذا العالم فأنه ليس شيئا « صوريا » مما يبحث فيه المنطق الصوري .

٢ ــ لنسم « دالة قضائية » Propositional Function كــل صيغة تشتمل على عنصر غير محدد ولا معنى له في ذاته إلا إشارته إلى فراغ يمكن ملؤه بعنصر محدد ذي معنى في هذا العالم . فالدالة القضائية أذن ليست صادقة أو كاذبة في ذاتها ، إنما هي تصبح كذلك أذا كان المتغير أو المتغيرات تعوّض فيها بعنصر أو عناصر لها معنى في هذا العالم ، أعني تعوض الدالة بقضايا ثابتة : وعندئذ يتوافر لدينا عدد كبير من القضايا الثابتة بعضها صادق وبعضها كاذب .

٣ ــ الدوال القضائية هي وحدها موضوع المنطق الصوري لخلوها عن المادة أو المعنى ولكونها مجرد أمر صوري مما يبحث فيه المنطق . والدوال القضائية التي تعالج في بداية اللوجستيقا أي في حساب القضايا الأبتدائية هي الآتية :

الدالة (ن)

الدالة (ــ ن)

. الدالة (ن V هـ)

الدالة (ن C هـ)

الدالة (ن . هـ)

الدالة (ن = هـ)

٣,١ ــ الحروف ن ، هـ ، و ، ي ، تشير إلى قضايا متغيرة Variable Propositions . فأذا كانت الدالة (ن) دالة قضائية فأنها تصبح قضية ثابتة ، أي صادقة أو كاذبة ، أذا عوضنا المتغير بأي قيمة في هذا العالم .

٤ ــ القضية المتغيرة تسمى « ذرية » (بسيطة) أذا رمزنا اليها بالحروف ن ، هـ ، و ، ي وتكون مركبة أو جزيئية أذا أشتملت على حرفين فأكثر تقوم بينهما الروابط ــ ، V ، C ، . ، = منفردة ومؤتلفة .

٥ ــ نطلق عبارة « قيمة الحقيقة » أو قيمة الصدق « Truth Value على القيمتين صادق وكاذب . ولا ينبغي أن تضللنا هذه التسمية فنعتقد أنها تطلق على الصدق وحده بل يجب أن يفهم منها أيضا الكذب .

٥,١ ــ لنرمز لقيمتي الحقيقة بحرفي ص ، ك وهما الحرفان الأولان من صادق وكاذب كما هو المعتاد في الرموز المقابلة لهـــا بالأنجليزية (T ، W) وبالفرنسية (V ، F) . ولنخصص ص للقيمة الممتازة Distinguished Value أي الصادق .

٥,٢ ــ يمكن استعمال (١ ، ٠) (واحد وصفر) كما يفعل تارسكي ولوكازيفتش بدلا من ص ، ك وليس للرمزين ١ ، ٠ أي معنى رياضي .

٦ ــ أذا عُني بالقضية المتغيرة ن مثلا القضية الثابتة « الأرض تدور حول محورها » فأن قيمة الحقيقة للقضية ن هي ص ، وعلى ذلك تكون قيمة حقيقة ن هي ك أذا كانت ن تعني مثلا « الأرض لا تدور حول محورها » . في الحالة الأولى تكون ــ ن كاذبة ، وفي الحالة الثانية تكون ــ ن صادقة . ولمنع كل

إلتباس نتبه إلى أن اللوجستيقا يصدر عن الروح التجريبية الأنجليزية التقليدية التي تحتم أن يكون كل ما نقبله عن العالم الخارجي تجربة إيجابية ، فترمز دائما ن إلى القيمة ص ، إلا إذا نُبه إلى عكس ذلك .

٧ ــ لنقبل المسلمات الآتية :

٧,١ ــ مهما تكن ن فأن ن إما ص وإما ك . (مبدأ الثالث المرفوع)

٧,٢ ــ مهما تكن ن فأنه لا يمكن أن يجتمع معا ن لها القيمة ص ، ن لها القيمة ك (مبدأ عدم التناقض) .

٧,٣ ــ لكي يمكننا أثبات ن يكفي بل يجب أن تكون للقضية ن القيمة ص .

٨ ــ أن الدالة القضائية تصبح « دالة للحقيقة » Truth Function إذا كانت «قيمة حقيقتها» Truth Value لا تتوقف إلا على قيمة الحقيقة الخاصة بالمتغير أو المتغيرات الواردة في الدالة القضائية : مثلا ن . ه تعني « الأرض تدور حول محورها وتدور حول الشمس » ليست دالة للحقيقة ، ولكن ن . ه تعني « قضية صادقة أذا صدق الطرفان » هي دالة للحقيقة لأن صدقها يتوقف على قيمة الصدق في كل من الطرفين .

٨,١ ــ أن موضوع حساب القضايا الأبتدائية هو معالجة دوال للحقيقة Truth Functions فحسب معالجة في أطار فكرة النسق الأستنباطي . ودوال الحقيقة التي هي موضوع النظر فيه هي : النفي والفصل والتضمن والوصل والمساواة ، أو علاماتها المعروفة .

٩ ــ النفي دالة للحقيقة تشتمل على متغير واحد على الأقل ولا تتوقف قيمة الحقيقة لتلك الدالة إلا على قيمة الحقيقة لذلك المتغير : فقيمة الحقيقة لتلك الدالة هي ك إذا كانت قيمة المتغير ن صادقة ، وقيمة حقيقتها هي ص إذا كانت قيمة ن كاذبة . مثلا إذا كانت ن تعني « الأرض تدور حول محورها »

فإنه بما أن ن لها قيمة الحقيقة ص فنفيها ـ ن له قيمة الحقيقة ك . وعلى العكس أذا كانت ن تعني « الأرض لا تدور حول محورها » فبما أن ن لها حينئذ قيمة الحقيقة ك فأن نفيها ـ ن له بالضرورة قيمة الحقيقة ص . وأذن فقيم حقيقة النفي يمكن أن تحدد تبعا لقيم حقيقة ن كما يدل الجدول الآتي :

ن	ـ ن
ص	ك
ك	ص

١٠ ـ لكي يُنسق حساب القضايا الأبتدائية تنسيقا أستنباطيا يجب أن يقوم على أوليات بعضها مسلمات ذكرناها (في الرقم ٧) وبعضها حدود أولية . والنفي والفصل هما الحدان الأوليان في هذا الحساب ، وبواسطتهما نعرف الحدود المشتقة (الوصل والتضمن والمساواة) .

١١ ـ « الفصل » دالة للحقيقة تشتمل بخلاف النفي على الأقل على قضيتين متغيرتين مثل ن ، هـ وهذه الدالة تكون قيمة الحقيقة فيها « القيمـــة الممتازة » عندما تكون على الأقل أحدى القضيتين المتغيرتين صادقة ، مما لا يمنع بالطبع صدقهما معا . (وبذلك تكون قيمة الحقيقة فيها كاذبة في حالة واحدة هي عندما يكذب الطرفان) .

١١,١ ـ تُعرَّف مثل تلك الدالة المشتملة على متغيرين بأحصاء كامل لقيم الحقيقة التي لها والتي تتوقف على معرفة قيمتي الحقيقة ص ، ك في كل من المتغيرين ن ، هـ .

١١,١١ ـ لقضيتين متغيرتين مثل ن ، هـ أربعة تأليفات ممكنة من حيث القيم :

(١) نص هص

(٢) نص هك

(٣) نك هص

(٤) نك هك

١١١,١١ — قاعدة: للعدد س من القضايا ٢س من التأليفات الممكنة من حيث القيم. فأذا كانت س = ٢ (أي قضيتين) كانت التأليفات أربعة وأذا كانت س = ٣ (قضايا) كانت التأليفات ثمانية وهكذا .

١١,٢ — قيم حقيقة ن ٧ هـ يمكن احصاؤها في الجدول الآتي الذي نرى منه أن دالة الفصل لها القيمة الممتازة في ثلاثة تأليفات من الأربعة الممكنة :

ن	هـ	ن ٧ هـ	تع ن ٧ هـ
ص	ص	ص	
ص	ك	ص	
ك	ص	ص	
ك	ك	ك	

١١,٣ — إيضاح : جدول قيم الدالة ن ٧ هـ يشبه تماما جدول « جمع حسابي » عندما نعوض في الجدول (١١,٢) بدلا عن ص ، ك العددين ١ ، . على الترتيب . ولذلك تسمى هذه الدالة « الجمع المنطقي » Logical sum, Logical addition

ن	هـ	ن + هـ
١	١	٢
١	٠	١
٠	١	١
٠	٠	٠

١٢ — وفقا للفقرة (١٠) يمكن بواسطة النفي والفصل أن نعرّف تعريفاً أسميا دالة التضمن والوصل والمساواة على الترتيب .

١٢,١ — ن C هـ = — ن ٧ هـ تع

١٢,٢ — ن . هـ = — (— ن ٧ — هـ) تع

١٢,٣ — (ن — هـ) = ((ن C هـ) . (هـ C ن)) تع

١٢,٤ — ليست التعريفات قضايا يبرهن عليها وأنما هي أختصارات توضع

وضعاً أصطلاحيا لعبارات أكثر طولا سبقت معرفتها . مثلا في التعريف (١٢,١) ندخل بالوضع بين ن، ه علامة مختصرة هي ⊂ بدلا من التعبير المطول المشتمل على الرمزين — ، ٧ السابقين في المعرفة . وأذا كانت التعريفات لا تبرهن فهي على الأقل يجب أن تبرر وذلك بأثبات جدول قيم الحقيقة التي لها حسب ما يضعه التعريف واستبعاد القيم التي لا يشير اليها التعريف .

١٣ — وفقا للتعريف (١٢,١) تكون قيم حقيقة ن ⊂ ه كما يوضحها الجدول الآتي الذي نرى منه أن دالة التضمن المادي لها القيمة الممتازة في ثلاثة تأليفات من أربعة على حين تستبعد الرابع [1] :

تع ن ⊂ ه

ن	ه	— ن	— ن ٧ ه
ص	ص	ك	ص
ص	ك	ك	ك
ك	ص	ص	ص
ك	ك	ص	ص

١٣,١ — أن فهم هذا الجدول هام لفهم الجداول اللاحقة فالعمودان الأولان من اليسين يبينان التأليفات الأربعة الممكنة بين ن ، ه حسب الصدق والكذب (أنظر القاعدة (١١,١١١)) . والعمود الثالث يبين وفقا لتعريف النفي الوارد في (٩) قيم — ن بالنسبة لقيم ن الواردة في العمود الأول ، والعمود الرابع يبين قيم حقيقة دالة التضمن على أساس تعريفها بالنفي والفصل وذلك بالرجوع إلى الجدول (١١,٢) الخاص بالفصل .

١٣,٢ — أيضاح : يمكن مقارنة قيم هذه الدالة بجدول الأعداد الحسابية التي تعوض عن قيم — ن ثم قيم ه الواردة في العمودين الثالث والثاني على الترتيب ثم استخلاص نتيجة الجمع الذي يقابل الفصل حسب (رقم ١١,٢) وهذا هو

(١) انظر شرح التضمن المادي في الفقرة (٢٢)

تعريف التضمن . ويتضح منه أن التأليف الثاني وحده الوارد في السطر الأفقي الثاني هو المستبعد لأنه لا يؤدي إلى شيء .

ـ ن	هـ	ـ ن + هـ
٠	١	١
٠	٠	٠
١	١	٢
١	٠	٠

١٤ ـ وفقا للتعريف ١٢,٢ تكون قيم حقيقة الوصل ن . هـ كما يوضحها الجدول الآتي الذي نرى منه أن دالة الوصل لها القيمة الممتازة في تأليف واحد فقط .

ن	هـ	ـ ن	ـ هـ	ـ ن ٧ ـ هـ	ـ(ـ ن ٧ ـ هـ)تع ن.هـ
ص	ص	ك	ك	ك	ص
ص	ك	ك	ص	ص	ك
ك	ص	ص	ك	ص	ك
ك	ك	ص	ص	ص	ك

١٤,١ ـ العمود الأخير ينتج عن النفي الموجود خارج القوس والذي يحول كل قيمة داخله إلى سبلها .

١٤,٢ ـ إيضاح : تسمى هذه الدالة « الضرب المنطقي » Logical Product أو Log. Multiplication وذلك يتضح من مقارنة قيم هـذه الدالة بجدول الضرب الآتي حيث لايكون للضرب نتيجة عددية إلا عندما يُجري بين عددين ليس من بينهماالصفر :

١ × ١ = ١

٠ × ٠ = ٠

١ × ٠ = ٠

٠ × ١ = ٠

١٥ — وفقا للتعريف (١٢,٣) تكون قيم حقيقة المساواة **Equality** ن = ه كما يوضحها الجدول الآتي الذي نرى منه أن دالة المساواة لها القيمة الممتازة في تأليفين من الأربعة الممكنة :

ن	ه	ن ⊃ ه	ه ⊃ ن	(ن ⊃ ه) . (ه ⊃ ن) تع ن = ه
ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ك	ص	ك
ك	ص	ص	ك	ك
ك	ك	ص	ص	ص

١٥,١ — العمودان الثالث والرابع يجيئان من الاستناد إلى الجدول (١٣) ، والعمود الأخير يجيء من الاستناد إلى الجدول (١٤) .

١٦ — إلى جانب الحدود الأولية والحدود المشتقة بالتعريفات ، يجب لكي يتكوّن حساب القضايا على هيئة نسق استنباطي ، أن نقبل عدداً من المسلمات ، وأن نشتق بالبرهان قوانين المنطق أي التوتولوجيات (Tautologies) المنطقية . ولقد قبلنا في الرقم (٧) بعض المسلمات المناسبة لأقامة هذا الحساب المنطقي كنسق استنباطي .

١٦,١ — ونقبل الآن مسلمة أخرى هي : أن كل صيغة من صيغ المنطق تشتمل على متغيرات مثل ن ، ه ، و .... وتكون دائما لها القيمة الممتازة مهما كانت ن ، ه ، و .... فانها تصبح توتولوجيا في هذا المنطق .

فالتوتولوجيا هي اذن صيغة لها دائما القيمة الممتازة ص مهما كانت المتغيرات ؛ شأنها في ذلك شأن القضايا الجبرية التي هي دائما صادقة مهما كانت الأعداد س ، ص الخ ....

١٧ — أهم قوانين المنطق التي لها أسماء دالة عليها سبق أن أثبتنا بعضها في الفقرة (٢٤) .

١٨ — لكي نبرهن أي قانون في هذا المنطق أي لكي نبين أنه توتولوجيا وفقا للمسلمة (١٦,١) نكوّن جدول قيم الحقيقة التي له وفقا لنص الصيغة المطلوب برهانها بحذافيرها . فأذا كان السطر الأخير الذي هو صيغة القانون له دائما القيمة الممتازة فأن تلك الصيغة لا شك أنها توتولوجيا ، ويجب أن تثبت على أنها كذلك وفقا للمسلمة (٧,٣) .

١٨,١ — نبرهن على سبيل المثال الصيغة الآتية وسنكتب جدول القيم أفقيا لتمييز برهان القضايا عن التعريفات. والقضية المراد برهانها هي :

ن ⊂ ه = ـ ه ⊂ ـ ن

ن	ص	ص	ك	ك	
ه	ص	ك	ص	ك	
ن ⊂ ه	ص	ك	ص	ص	
ـ ه	ك	ص	ك	ص	
ـ ن	ك	ك	ص	ص	
ـ ه ⊂ ـ ن	ص	ك	ص	ص	
ن ⊂ ه = ـ ه ⊂ ـ ن	ص	ص	ص	ص	توتولوجيا (قانون)

١٨,١١ — نحصل على هذا الجدول على النحو الآتي : السطران الأولان هما التأليفات الأربعة الممكنة حسب الصدق والكذب للقضيتين المتغيرتين ن ، ه وبالاعتماد على هذين السطرين نحصل أولا على قيم السطر الثالث اذا رجعنا إلى جدول التضمن في الرقم (١٣) ثم على السطرين الرابع والخامس بالرجوع إلى جدول النفي في الرقم (٩) ثم بالاعتماد على السطرين الرابع والخامس نحصل على قيم السطر السادس . وذلك بالرجوع إلى جدول التضمن في الرقم (١٣) . وأخيرا بالاعتماد على السطرين الثالث والسادس نعطي قيم المساواة الواردة في السطر السابع وذلك بالرجوع إلى جدول المساواة في الرقم (١٥) . وبما أن هذه القيم كلها ممتازة فأنه وفقا للمسلمة (١٦,١) تكون القضية توتولوجيا .

١٩ ــ قاعدة : كل برهان في هذه الطريقة التي استعضنا بها عن طريقة راسل أنما هو عبارة عن جدول يتألف من سطور متتابعة : السطران الأولان هما سطرا التأليفات الممكنة للقضيتين المتغيرتين على انفراد . فأذا زاد عدد القضايا عن اثنتين (أي عن ن ، ه) وجب الرجوع إلى القاعدة الواردة في الرقم (١١,١١١) لأن التأليفان ستكون حينئذ ثمانية في حالة أستعمال ثلاث قضايا وستة عشر تأليفافي حالة أستعمال أربعة قضايا (مثل ن ، ه، و ، ى) وهكذا . وكل سطر من السطور التالية يشير إلى قيم فقرة من الفقرات الصيغة المراد برهانها ، وذلك بالأستناد إلى الجداول الأساسية الخمسة (٩) ، (١١) ، (١٣) ، (١٤) ، (١٥) حتى تستنفد كل الفقرات الواردة في الصيغة المراد برهانها سواء أكانت قبل علامة المساواة أو بعدها . فأذا كان آخر سطر له القيمة الممتازة دائما فقد ثبت أن الصيغة توتولوجيا .

٢٠ ــ هذا الأستعراض لحساب القضايا في ضوء تبسيط لطريقة الجداول عند تارسكي ولوكازيفتش أنما يقوم كله على اعتبار الدوال القضائية الواردة في الفقرة (٣) دوال حقيقية طبقا للرقم (٨) . وهو أستعراض يختلف عما جاء في PM ، فيه تيسير للبرهان على صحة القضايا المشتقة في هذا النسق ، ويمهد من جهة أخرى إلى قيام أنواع منطقية غير أرسطية ولا راسلية كما سنرى في الفصل القادم .

وواضح أنه ليس من الضروري أستعمال الأرقام الصحيحة والعشرية التي أستعملناها هنا لتوضيح الأفكار ولأمكان الأحالة اليها اذا شئنا بسهولة .

الفصل الحادي عشر

المنطق الكثير القيم

وتعميم طريقة الجداول

(٢٧) أنواع من المنطق الكثير القيم .

(٢٨) طريقة الجداول والمنطق الكثير القيم .

(٢٩) خاتمة .

٢٧

٢١ — بعد أن ارتددنا بمنطق راسل (وأرسطو) إلى منطق الصدق والكذب الذي استعرضناه وفقا لطريقة الجداول ، يعرض لنا السؤال الآتي : هل يمكن تعميم طريقة الجداول بحيث تمتد العمليات المنطقية إلى قيم Values أخرى غير الصدق والكذب ؟ وهل يؤدي هذا التعميم إلى منطق غير أرسطي ولا راسلي ؟

الجواب على هذا السؤال هو أولا وقبل كل شيء مسألة طريقة ومنهج . لأنه في البحث عن منطق غير منطق أرسطو وراسل ، تنفتح أمام الباحث عدة طرق وكل طريق منها ربما أملاه الاستناد إلى نظرية ما أو علم من العلوم. مثلا يمكن الأستناد إلى موجهات الحكم Modalities عند أرسطو التي تقبل غير الصدق والكذب في القضية أفكاراً مثل ، الأمكان والضرورة والأستحالة فيها ، فيؤدي الاستناد إلى هذه النظرية إلى منطق ذي قيم خمس تُجرى عليها العمليات المنطقية المعروفة . كذلك يمكن الأستناد إلى حساب الأحتمال Calculus of Probabilities فيؤدي ذلك إلى تأسيس منطق تتعدد قيمه تبعا لتعدد درجات الأحتمال . ويمكن أيضا الأستناد إلى رياضيـــات الحدسيين الجدد New-Intuitionists الذين يرفضون الأخذ بمبدأ الثالث المرفوع كأساس لبراهينهم الرياضية ، أو على نحو أصح الذين يقبلون مبدأ للرابع المرفوع أو للخامس أو حتى للعدد ن من المرفوعات .

وهذا ما يؤدي إلى الأخذ بقيم أضافية إلى جانب الصدق والكذب التقليدين في المنطق . والمبدأ الذي تنشأ عنه تلك الأنواع المنطقية الكثيرة القيم وفقا للنظريات أو للعلوم التي هي موضع النظر في كل منطق ليس بالضرورة المبدأ الذي تقوم عليه طريقة الجداول عند تارسكي ولوكازيفتش السالفة الاستعراض حين تعمم ، أي تمتد إلى أكثر من قيمتين .

ولكن الطريقة العامة التي ينشأ عنها أي منطق ذي قيم فوق قيمتي الصدق والكذب، والتي نحصل بواسطتها على نحو آلي ومجرد من كل نظرية علمية معينة مثل تلك النظريات التي أشرت اليها، على أي منطق غير ثنائي القيم هي طريقة الجداول التي عبر عنها تارسكي ولوكازيفتش البولونيين .

٢١،١ — نوع خاص من تعميم طريقة الجداول التي تقوم على التوسع في أدخال القيم الجديدة التي قد تذهب إلى أبعد حد ، هو المنطق التوبولوجي Topological Logik الذي ذهب اليه كارل همبل Carl Hempel عام ١٩٣٧ وهو نوع خاص من المنطق لا ينظر في قيم محددة كالتي يعالجها منطق المدرسة البولونية وإنما ينظر في موازنات عامة بين تلك القيم المحددة : فاذا فرضنا مثلا عدداً من القيم المحددة التي يعالجها المنطق من وجهة نظر تارسكي ولوكازيفتش مثل صادق ، ومتوسط الصدق ، وكاذب ، فأن منطق كارل همبل يعالج ما يمكن أن ينشأ من علاقات عامة بين تلك القيم مثل كون بعضها « أكثر صحة » من بعضها الآخر ، أو « أقل صحة » أو « يساوي في الصحة » إلى آخر ما هنالك من موازنات عامة ممكنة .

ويقرب من هـــذا النوع من المنطق الحساب المينيمـــالي Minimalkalkul الذي جاء به جوهانسون Johanson الألماني. فهو منطق يبحث في أقل التغيرات الممكنة التي يمكن أن تدخل على قيمة ما معينة لكي تقرب أو تبتعد من قيمـــة أخرى معينة كما لو كان هناك تكامل Integration أو تفاضل Differentiation بين القيم المنطقية كما هو الشأن بين القيم العددية التي يتناولها حساب التكامل

والتفاضل المعروف . وتلك نظرة غاية في العجب تتضمن في أعماقها فلسفة في ماهية الحقيقة والبطلان أقل ما يقال فيها أنه لا حد يفصل بينهمـــا لأن التكامل والتفاضل كفيلان بتقريب طرفي الحقيقة والبطلان إلى أقل حد ممكن .

٢١,٢ – هناك أيضا منطق يسلم منذ البداية بقيمتي الصدق والكذب كحدين أوليين ، ويقبل كحدود أولية أخرى الموجهات الأرسطية Modalities فيتكون بذلك منطق يقوم على خمسة حدود أولية هي الصدق والكذب والضرورة والأمكان والأستحالة ، ويطابق منطق أرسطو بما فيه من موجهات لم يتعرض اليها راسل في منطقه . وهذا هو المنطق الذي جاء به لويس Lewis ولا نجفورد Langford وبيكر Becker الذين يختلفون فيما بينهم في كثير من التفاصيل ويتفقون في المبدأ الذي جعلهم يسمون منطقهم منطق التضمن المحـــدد Strict Implication .

٢١,٣ – وهناك منطق يعتمد كلية على المنطق الكلاسيكي الوارد في PM ولا يخرج عن قيمتي الصدق والكذب المعروفتين ومع ذلك يشتق، بطريق التعريفات المنتقاة، على غير المتوقع قيما جديدة كقيم الموجهات الأرسطية وبذلك يستكمل منطق PM ناحية لم يتطرق اليها البحث عند راسل ، فيضاف اليه فصل جديد هو فصل معالجة الموجهات الذي طالما أفتقده .

٢١,٤ – هذا نذر يسير من أنواع المنطق المعاصرة بعد راسل ولا يزال الباب مفتوحاً للجديد . وكل نوع منها يتوقف على الطريقة التي تتبع في أنشائها وهذه الطريقة تتوقف بدورها على هذه النظرية أو ذاك العلم المنظور اليه كمادة يستخرج لها منطق صوري ينظمها .

وينبغي ألا يؤدي بنا تعدد أنواع المنطق المعاصر أو اختلاف منطق ذي قيم معينة عن منطق آخر له نفس العدد من القيم ، أو تفكك وحدة المنطق على هذا النحو ، ينبغي ألا يؤدي بنا كل ذلك إلى التشكك في المنطق من حيث هو سند اليقين الأخير ، لأننا يجب أن نكون قد تهيأنا بعد ذلك الشوط الذي سلكناه

إلى هنا في دراسة وأستعراض المنطق أن نفهم من لفظ المنطق نظرية أستنباطية فحسب كغيرها من النظريات الأستنباطية الكثيرة المعروفة والتي تشترك جميعها في طبيعة واحدة هي أن صدق القضايا فيها يتوقف لا على المطابقة بينها وبين حقائق خارج الذهن أو فيه، وأنما فقط على اشتقاقها من العناصر الأولية حدوداً كانت أو مسلمات ، تلك العناصر التي يبدأ منها أستنباط القضايا المشتقة والتي تختلف من منطق إلى آخر وفقا لاختيار الحدود والمسلمات ، وهذه بدورها وفقا لهذه النظرية العلمية أو لتلك مما يراد أن يؤسس منطقها . فاختيار عناصر أولية بعينها يؤدي بالضرورة إلى نوع معين من المنطق يختلف عن غيره من الأنواع دون أن يفقد مع ذلك المنطق « وحدته » من حيث أن تلك الوحدة أنما هي في المنهج العام الذي هو النسق الإستنباطي .

٢٨

٢٢ — سنقصر الكلام الآن على منطق واحد من أنواع المنطق الكثيرة التي حدد طريقة الحصول عليها تارسكي ولوكازيفتش بتعميمهما لطريقة الجداول Matrix Method التي سبق أن طبقت على منطق PM الثنائي القيم . ونحن نتعرض لهذا المنطق لا لأستيعاب قوانينه والبرهان عليها وانما فقط لتأمل ما ينطوي عليه ذلك النوع من تفكير مباين للمنطق المألوف ذي القيمتين .

أنه في مقابل منطق PM الثنائي القيم ، توصف مجموعة تلك الأنواع المنطقية التي أشرنا إليها في الرقم (٢١) بعبارة « الكثيرة القيم » — Polivalent Logics .

فلنسم منطق الـ PM التي يشترك فيه راسل وأرسطو م٢ (أي المنطق ذا القيمتين) ولنسم المجموعة المنطقية الناجمة عن تعميم طريقة الجداول م س حيث س هي عدد ما من القيم فوق قيمتي ص ، ك .

لننبه أن م س ليس منطقا واحداً وانما مجموعة كبيرة من المنطق يمتاز كل واحد منها بتزايد عدد القيم التي ندخلها إلى جوار الصدق والكذب . وهذا التزايد الذي لم تستقص درجاته يمكن أن يشبه بتزايد درجات الاحتمال العددي الذي نعبر عنها أحيانا بالنسبة المثوية المعروفة والتي تفوق من حيث تدرجها عدد

الموجهات الأرسطية . ومن ثم جاءت الأهمية التي تنسب في بعض الأوساط إلى $م_س$ (مثلا عند ريشنباخ Reichenbach) .

٢٣ ــ كما أشرت في الرقم (٢١) أنما ينشأ $م_س$ عن تعميم لطريقة الجداول المعروفة في $م_٢$ وذلك بأدخال القيم س إلى جوار القيمتين ص ، ك (أنظر الرقم (٥)) فنحصل على ما نشاء من القيم كما يأتي :

$$٠ ، \frac{١}{س - ١} ، \frac{٢}{س - ١} ، ... ، \frac{س - ٢}{س - ١} ، ١$$

من القيم ، ثم بعد أن نشير إلى هذه القيم في مواضعها بالنسبة إلى قيمتي ص ، ك نحاول أن نحدد النفي والفصل مثلا (أو غيرهما) كحدين أوليين ، وأن نشتق منهما بالتعريف ما تبقى من العمليات كالتضمن والوصل والمساواة .

وسنكتفي فيما يأتي بتطبيق لتلك الطريقة العامة على مثال واحد هو المنطق ذي القيم الثلاث .

٢٤ ــ نبدأ بقيم ثلاث نشير إليها بالرموز ١ ، $\frac{١}{٢}$ ، ٠ .

ولقد استعملنا فيما سبق (الرقم (٥)) عبارة « قيمة الحقيقة » أو « قيمة الصدق » Truth Value ، وهو أستعمال يبرره هناك وجود قيمتين لا ثالث لهما أحداهما الصدق وآخراهما الكذب ، ولكن عندما توجد ثلاث قيم أو أربع مثلا فستوجد قيم ليست صادقة ولا كاذبة . ولذلك فأنه خير لنا في هذه الحالة أن نعبر بعبارة « قيمة الصحة » Validity Value وهي عبارة تنطبق على كل القيم ، فنقرأ $ن^١$ مثلا ن تامة الصحة ، $ن_{\frac{١}{٢}}$ متوسطة الصحة ، $ن^٠$ عديمة الصحة .

٢٥ ــ المسلمات الثلاث المقبولة في الرقم(٧) تتغير هنا بعض الشيء إلى ما يأتي :

٢٥،١ — مهما تكن ن فأن ن إما ١ ؛ وإما $\frac{١}{٢}$ ؛ وإما ٠ (صفر) ـ ١
المرفوع) .

٢٥،٢ — مهما تكن ن فأنه لا يمكن أن يجتمع معاً ن لها القيمة ١
القيمة $\frac{١}{٢}$، ن لها القيمة صفر (قانون عدم التناقض) .

٢٥،٣ — لكي يمكننا أثبات ن يكفي بل يجب أن تكون ن لها القيمة ١

٢٥،٣١ — ملاحظة هامة : المسلمة الأخيرة يمكن أن تتغير أيضا
بري Perry الأمريكي فتؤدي إلى منطق جديد آخر يصح فيه أن تثبت ن
من القيمة $\frac{١}{٢}$ فتكون لها القيمة الممتازة في ١ ، $\frac{١}{٢}$ معا .

٢٦ — الرقم (٨،١) يظل قائما إلا فيما يختص بعلامات العمليات
تميز قضايا م س (س = ٣) عن قضايا م ٢ نستعيض عن العلاقات الذ
م٢ وهي — ، ٧ ، C ، ٠ ، = بالحروف اللاتينية الكبيرة N (للنفي
(للفصل) ، C (للتضمن) ، A (للوصل) ، E (للمساواة) :

٢٧ — يصبح الرقم (١١،١١١) كما يأتي : توجد في المنطق ذ
الثلاث ٣س تأليفات ممكنة بين قيم القضايا المتغيرة . فأذا كانت لدينا
فالتأليفات تسعة فقط .

٢٨ — أن الحدين الأوليين هنا هما النفي والتضمن . وبين الجدو
قيم الصحة لهاتين الدالتين معا وسنكتب ؟ (علامة الاستفهام) بدلا
لظروف مكانية بحتة :

N	٠	؟	١	C	
٠	٠	؟	١	١	ن
؟	؟	١	١	؟	
١	١	١	١	٠	

٢٨،١ — أن معنى Nن يظل عين معنى — ن ولكن معنى Cن ه

نفس المعنى في الجدول رقم ١٣ وهذا يتضح من مقارنة الجدول السابق (٢٨) بجدول التضمن في الرقم (١٣) .

٢٩ — تعريفات هذا المنطق هي ما يأتي (ويمكن مقارنتها بالرقم (١٢)) .

٢٩,١ — ن V هـ = (ن C هـ) C هـ تع الفصل

٢٩,٢ — ن A هـ = (NN ن V N هـ) تع الوصل

٢٩,٣ — ن E هـ = (ن C هـ) A (هـ C ن) تع المساواة .

٣٠ — أن قراءة هذه القضايا وغيرها من القضايا المشتقة بلغة غير لغة المنطق هي أمر يتوقف على النظرية أو العلم الذي ينطبق عليه م س (س = ٣) . فنحن لو أخذنا الموجهات الأرسطية نظرية ينطبق عليها هذا المنطق فسنستطيع قراءة القضايا المشتقة بلغة التوجيه الأرسطي .

٣١ — يمكن أن نقيم على أساس كل تعريف وارد في (الرقم (٢٩)) جدولا لقيم الصحة لكل دالة مشتقة من دوال الصحة . وسنعطي هنا جدولا جامعا للدوال الثلاث المشتقة بالتعريف (وسنكتب القيمة $\frac{١}{٢}$ بالرمز ؟ لظروف مكانية بحتة كما قلنا) :

ن	هـ	ن C هـ	ن V هـ	ن A هـ	ن E هـ
١	١	١	١	١	١
١	؟	؟	١	؟	؟
١	٠	٠	١	٠	٠
؟	١	١	١	؟	؟
؟	؟	١	؟	؟	١
؟	٠	؟	؟	٠	؟
٠	١	١	١	٠	٠
٠	؟	١	؟	٠	؟
٠	٠	١	٠	٠	١

٣٢ – نحصل على هذا الجدول بنفس الطريقة التي حصلنا بها على الجداول في الأرقام (١٣,١) ، (١٤,١) ، (١٥,١) وذلك بتحليل التعريف والرجوع دائما إلى الجدول الأساسي الوارد في الرقم (٢٨) .

٣٣ – بسبب وجود قيمة ثالثة توجد في م$_{س}$ (س = ٣) بعض دوال أو تعريفات لا نظير لها في م$_{٢}$ ويمكن تعريف بعضها كما يأتي :

(٣٣,١) M ن = N ن C ن تع ن ممكنة (تع الأمكان)

(١٣,٢) أذا كانت M ن تعني ن ممكنة فان MN ن تعني ن ممتنعة أو مستحيلة (تع الاستحالة) .

(٣٣,٣) NM ن تعني ن ممكنة الكذب .

(٣٣,٤) NMN ن تعني أنه ممتنع أن تكون ن ممكنة الكذب ، أو تعني ن بالضرورة صادقة .

(٣٣,٥) ويمكن أيضا تعريف D ن أي ن مشكوك فيها وذلك كما يأتي :

D ن = M ن NMA ن تع مشكوك فيه . التي يمكن قراءتها : ن مشكوك فيها إنما تعني بالتعريف أن ن ممكنة وممكنة الكذب معا .

(٣٣,٦) – أن قيم الصحة للدوال الجديدة يمكن أن تبرز بالجدول الآتي :

ن	N ن	M ن	MN ن	NM ن	NMN ن	D ن	DN ن
١	٠	١	٠	٠	١	٠	١
؟	؟	١	٠	١	٠	١	٠
٠	١	٠	١	١	٠	٠	١

٣٤ – بواسطة تلك التعريفات مجتمعة ومعها أيضا المسلمات المذكورة في الرقم (٢٥) يمكن برهان عدد كبير من القضايا التي هي توتولوجيات هذا المنطق .

٣٤,١ – كل توتولوجيا في م$_{س}$ (س = ٣) هي توتولوجيا في م$_{٢}$ وليس

العكس صحيحا . فمثلا صيغة الثالث المرفوع في $م_٢$ وهي نْ ٧ — ن ؛ ومعها كل القضايا التي تتوقف عليها ليست توتولوجيات في م س (س = ٣) وذلك بسبب المسلمة (٢٥,١) التي تختلف عن نظيرتها (٧,١) وهذا الاختلاف هو ما يسمح لنا الآن بالكلام بلغة الرابع المرفوع .

والأمر كذلك في كل أنواع المنطق المشار اليها بالرمز م س ، فكل منها يختلف عن الآخر بقبول $\frac{١}{٤}$ أو $\frac{١}{٥}$ أو .... $\frac{١}{س}$ من المرفوعات ، مما يؤدي بالضرورة إلى وجود عدد كبير من القضايا التي تخص كل واحد منها دون الآخر . وهذا هو سبب عدم كونها أرسطية أو راسلية . ولكن يجب أن نلاحظ مع ذلك أن كل توتولوجياتها هي توتولوجيات في $م_٢$ وليس العكس .

٣٤,٢ — هناك مجال للتساؤل عما أذا كانت قوانين م س (س = ٣) يمكن البرهان عليها بطريقة راسل الأستنباطية المشروحة في الفصل التاسع أعني أبتداء من مسلمات معينة مع أستعمال مبدأي التعويض والأستنتاج اللذين سلف الكلام عنهما . يقول تارسكي ولوكازيفتش أن منطق المجموعة م س يمكن أن ينسق تنسيقا أستنباطيا على طريقة راسل المألوفة في الرياضة . ولكن طريقة الجداول كما هو واضح الآن طريقة عملية وتجعل البرهان منظورا بالعين .

٣٤,٣ — أن أهمية طريقة الجداول كما هو واضح الآن تجيء في الواقع من أنها تسمح بأن نتبين دفعة واحدة ، أعني بدون حاجة إلى معرفة توتولوجيات أخرى ، أذا كانت القضية التي هي موضع النظر قانونا أم لا . فلكي تكون قضية ما قانونا في م س (س = ٣) يكفي أن نتأكد من أن جدول قيم هذه القضية يعطيها دائما القيمة الممتازة ١ وذلك بمقتضى المسلمة (٢٥,٣) وكذلك الرقم (٨) .

٣٥ — لن نعطي هنا أمثلة لقضايا م س (س = ٣) لأنها كلها صادقة في $م_٢$ كما ورد في (٣٤,١) ولكننا سنعطي بعض قضايا هي توتولوجيات في $م_٢$ وليست كذلك في م س (س = ٣) بمقتضى (٣٤,١) . وسبب عدم صحتها في م س (س = ٣) أنما تجيء كما قلنا من أستعمال رابع مرفوع . فههنا إلى

اليمين قضايا المنطق الثنائي وإلى اليسار ما يقابلها دون أن يكون صحيحا في المنطق الثلاثي القيم :

ن ۷ — ن	ن NV ن
(— ن C ن) C ن	(N ن C ن) C ن
ن C — (ن C — ن)	ن C (ن N ن)
(ن C — ن) C — ن	(ن C N ن) C N ن

الخ ...

۱,۳٥ — لن نعطي كذلك مثالا للبرهان لأننا ألفنا طريقة البرهان كما في الرقم (۱,۱۸) ونكتفي بالقول بأنه في كل البراهين القائمة على الجداول تنحصر الطريقة في الحصول على قيم كل حـــد من الحـــدود الواردة في طرفي القضية المطلوب برهان أنها توتولوجيا في هذا المنطق .

٣٩

تُرى ما هو مغزى كل تلك الأنواع المنطقية التي نسميها م س والتي لم نتكشف بعد إلا عن واحد منها ؟

يبدو لنا أننا أمام هدفين مختلفين أصيبا معا في آن واحد :

الأول أقتحام جريء لأبواب المنطق الذي بدا أنها أغلقت منذ أرسطو إلا واحدا منها مما جعل كانط يزعم بأن المنطق ولد كاملا منذ نشأته . فرغم بساطة طريقة الجداول وأسلوبها الآلي، ولكن أيضا بفضل دقتها وأمنها ، نحصل في نهاية الأمر على عدد عديد من المنطق بواسطة تعميم القيمتين الأوليين ص ، ك . وكل منطق منها سليم صحيح في حدوده وعلى أسسه : كما أنه يواجه الأستنباط من وجهة نظره الخاصة ولا يحل منطق آخر محله في حدود تلك الوجهة بالذات . هذا ولا يوجد أدنى سبب يدعو إلى أعتبار منطق منها أصوب من الآخر ، أو المنطق الضروري بالذات كما بدا الأمر لكانط لا بالنسبة للمنطق وحده بل بالنسبة للهندسة كذلك مما تحطم منذ ظهور هندسات لا اقليدية وغير قياسية أيضا Non-Metrical Geometries . ففكرة المنطق أصبحت مرنة ومطاوعة : كما أن فكرة الصواب أو الضرورة تنتقل من منطق إلى آخر حسبما نتخير لسبب أو لآخر هذا المنطق أو ذاك كقاعدة للأستنباط في حالة معينة . وأذا تخيرنا من

بين تلك الأنواع كلها منطقا بالذات كما تخير أرسطو أو راسل مثلا المنطق الثنائي القيم أو كما تخير الرياضيون المعاصرون الذين سموا أنفسهم حدسيين جددا (New-Intuitionists —) فليس مغزى ذلك أن ما عدا هذا الأختيار المحدود من المنطق خطأ وزلل ، وأنما مغزاه أن قوانين ما لم يحدث اختياره من أنواع المنطق أنما تتعارض مع مسلمات المنطق المختار ولا تستقيم مع هذا المنطق الأخير ومع الغرض منه . وهذا هو المعنى الوحيد الذي يمكن أن نعطيه لأهمال كل أنواع المنطق الأخرى حين نتخير منطقا بالذات.

ولا شك أن أنواع المنطق المهملة أو المتروكة ليست مجرد لهو عقلي : فحقائقها وقوانينها والعلاقات بينها تضع أمامنا أسئلة هامة فيما يختص بفكرة « الحقيقة » في المنطق وبفكرة الأستنباط في ذاتها . فمثلا قد بين ليويس Lewis الأمريكي في مقال مشهور نشرة عام ١٩٣٥ بأن عدد العلاقات التضمنية التي يتم بها الاستنباط هو عدد لا يتناهى بالفعل: ففي المنطق الثنائي القيم اذا عرّفنا التضمن بالعلاقة التي قبلها ليويس وهي التنافر أو الأنفصال القاطع المعبر عنها لغويا بـ « إما ... وإما ... » والتي أذا وُضع طرف منها أرتفع الطرف الآخر ، وعلامتها عنده الشرطة المائلة كما في القضية ن /ن بحيث عندما نسلم بهذه العلاقة وعندما نقرر كذلك ن فتثبت لذلك هـ فسيتوافر لدينا كما يقول ليويس أربع علاقات تضمنية فحسب في المنطق الثنائي القيم منها ثلاث صادقة كما بيناه في موضعه (رقم (١٣)) ، ولكن سيتوافر ٢٩١٦ علاقة تضمنية صادقة في المنطق الثلاثي القيم ، وأكثر من مليون علاقة تضمنية في المنطق الرباعي القيم .

وينتج عن هذا أن الدواعي التي تدعونا لتخير عدد محدود من العلاقات التضمية (كما هو معتاد في الثنائي) دون عدد لا يتناهى منها هي دواع تحتاج إلى تفسير . ولا يصح أن نلجأ في ذلك التفسير إلى الأستناد إلى أسباب برجماتية أي عملية ، لأنه برجماتي أيضا أن نفكر وأن نستنبط على أساس حدود ثلاثة أو أربعة أو أكثر .

كذلك لا يمكننا أن نلجأ إلى الزعم بأن تركيبنا العقلي يحتّم منطقا دون آخر كما زعم المذهب النقدي (كانط) الذي جعل قانون الثالث المرفوع صورة عقلنا الذي لا ينفك عنهـــا ، وبذلك لم يقبل إلا منطقـــا واحدا ، فمن الثابت الآن ان العقل يفكر ويستنبط بمقتضى كل أنواع المنطق المختلفة المتعارضة فيما بينها . وعلى هذا فيجب أن نبحث عن التفسير أو عن علامة الحقيقة المنطقية في اتجاه آخر .

وتلك العلامة ليست إلا كون المنطق في أية صورة له حتى ولو كان المنطق التلقائي غير المقنن أو المدون ، إنما هو منطق منسق ضمنا أو صراحة على هيئة نسق استنباطي . أعني على هيئة تتابع من القضايا يتوقف كله على عدد من المسلمات والحدود الأولية المصرح بها أو المضمرة على الأقل .

ولربما يُعترض بأننا رجعنا بالمسألة من نقطة متأخرة إلى نقطة أولى هي نفسها في حاجة إلى حل ، لأنه لا يزال باقيا أن نتساءل : ومن أين جاءتنا تلك المسلمات والحدود ؟ وما أساسها ؟ وهل نقع هكذا في حالة من النسبية المنطقية ؟ وغير ذلك من الأسئلة الفلسفية العسيرة التي قد تقبل حلا إذا لجأنا إلى الفكرة التي وطأها هنري بوانكاريه Henri Poincaré في كتاباته المختلفة في فلسفة العلوم ومؤدها أنه ما عدا الأعداد ، فأن المسلمات الهندسية وقوانين العلوم فروض Hypothèses ملائمة . وهذه الفكرة تجد الآن ظهيراً قويا لها في المنطق المعاصر الذي يحقق في تكوينه أو بنائه فكرة النسق الأفتراضي الأستنباطي Hypothetical Deductive System .

على كل حال لم يكن أختلاف المسلمات أمراً معروفا ومألوفاً في المنطق قبل المنطق الرياضي المعاصر وخاصة في ضوء طريقة الجداول ، لأن ألفتنا للمنطق الثنائي القيم وتعودنا التفكير في نطاق الثنائية لم تكن لتسمح بأن يماط اللثام عن منطق يخالف منطق أرسطو وراسل ولا تتناهى قيمه . والطرف اليسير الذي عرفناه من أنواع هذا المنطق الأخير سمحت لنا بالفعل أن نفكر « بكل ما هو مرفوع » بدلا من مبدأ الثالث المرفوع .

في هذا ما يكفي لبيان كيف أن تعليم المنطق وفقا للطريقة التقليدية لم
يتناسب أو يتمشى مع طبيعة المنطق ذاتها تلك الطبيعة المنسقة صراحة أو ضمـ
في نسق أستنباطي . فالمنطق يجب من الآن فصاعدا ألا يستعرض كما تستعرض
قواعد النحو أو البلاغة ، وأنما كنسق أستنباطي أختيار مسلماته شيء مرد
بالموقف الفلسفي الذي يقفه الناظر في هذا العلم أو ذاك . تلك هي خلاصة تصو
لطبيعة المنطق الذي نستخلصه من طريقة المدرسة البولونية حين تعميمها .

كل ما تقدم هو الهدف الأول الذي أصبناه من طريقة الجداول في المنطق
أما الهدف الثاني الذي أصيب في نفس الوقت فهو أحياء مسألة التوجيهات القد
عند أرسطو ، على أسس جديدة مبتكرة . حقيقة ليست الموجهات مفروضة مقدّ
في طريقة المدرسة البولونية . ولكنها مع ذلك هي التفسير الطبيعي للمنطق م ر
بل يمكن القول بأنها التفسير الوحيد والضروري لهذا المنطق كما رأينا . ولقد رأينا
كيف أدى تزايد القيم أقل زيادة ممكنة ، أي عند قبول ثلاث قيم فحسب بدلا
من اثنتين ، أدى إلى التعبير عن كل التوجيهات الأرسطية المعروفة في المنطق
التقليدي مع زيادة في إيضاح علاقاتها وقوانين صحتها وخضوعها للعمليات
الرياضية . بل أدى فوق هذا إلى التعبير عن توجيهات للأحكام غير أرسطية مثل
« المشكوك فيه » ومثل التوجيه المؤلف MNM ن الذي لا يتأتى في أرسطو .

وكون المنطق الكثير القيم منطقا للتوجيه أو للاحتمال ينشأ عنه أن الحقائق
المنطقية التي يعبر عنها منطق كثير القيم تختلف عما يعبر عنه منطق أقل عدداً
أو أكثر في قيمة ، بحيث أذا حدث أن أنسانا درج على أن يفكر دائما بالمنطق
الثلاثي القيم ، أعني مثلا بعبارات « أكيد الصحة » V و « ممكن الصحة »
$\frac{1}{2}$ و « أكيد البطلان » . (صفر) فأنه يسخر قطعا من منطقنـــا الثنائي ويقول لنا
جاداً : اذا كنتم تقصدون بـ V ما هو ثابت حقيقة ففي أي شيء تختلف قيمتكم
تلك عن عبارتي « أكيد الصحة » وأذا كنتم لا تقصدون ذلك فأنتم أذن تقرون
حقيقة لا حق لكم في اقرارها ، بل أنتم كالسفسطائيين أنما تغالطون أنفسكم
حين تثبتون ما ليس لكم به علم أكيد . أعطوني مثالا واحدا لحقيقتكم غير

الأكيدة وبينوا لي كيف تفرّق عن مجرد « امكان الصحة » عندي؟ وواضح من مثل هذه المناقشة أن عقلية ذلك الشخص الافتراضي لا تستطيع أن تفكر إلا في حدود منطق ثلاثي القيم . وهكذا تكون أيضا عقليات تفكر في نطاق قيم أكثر .

ولكن مثل هذا الشخص ليس مجرد أفتراض فأن الرياضيين الحدسيين الجدد New-Intuitionists يقربون منه كثيرا ، كما ان موقفهم ذاك أنما هو قديم قدم الفلسفة : فأن أفلاطون ذهب إلى أن كل حكم يشتمل على حد محدود من الوجود Being وعلى ما لا نهاية له من اللاوجود Non-Being (أنظر المحاورة المسماة السفسطائي) . وبسبب هذا اللاوجود غير المتناهي يجب في كل برهان دقيق أن نعيد النظر في مسألة تناقض القضايا . فعند أفلاطون قولك « س أبيض» و « س ليس أبيض » لا يحصران التناقض إلا في عالم الألوان وحسب بينما هما يتركان عوالم أخرى كثيرة لا نفكر فيها حاليا : فبين « أبيض» و «ليس أبيض» يوجد فراغ كبير جدا تشغله ممكنات كثيرة لا نفكر فيها بمناسبة هاتين العبارتين. مثلا توجد الهندسة أو القصة أو التاريخ أو الشتـــاء أو الحرب أو فلسطين الخ .... مما لا تنطلق عليــه أبيض ولا ليس أبيض . وأذن فالثنائية المنطقية ليست أصح منطق كما يتضح من تفكير أفلاطون . أما كونها أكثر راحة للعقل فهذا أمر يتصل بالمجهود وبالأقتصاد فيه لا بالاستنباط .

والنتيجة التي نخلص اليها من طريقة المدرسة البولونية هي أن الصور المختلفة التي يأخذها مبدأ الثالث المرفوع من جهة ، ثم فكرة التوجيه أو الأحتمال من جهة أخرى هما الإحداثيان – Coordinates كما يصطلح الرياضيون – اللذان يحددان أنواعا كثيرة من المنطق غير الأرسطو راسلي . والله أعلم ، والحمد لله رب العالمين .

(١) فهرس الرموز المنطقية في هذا الكتاب

ن ، هـ ، و ، ى	كل حرف يرمز إلى قضية بسيطة من قضايا حساب القضايا الأبتدائية .
—	النفي أو السلب
V	القضية المنفصلة
C	التضمن أو اللزوم
•	القضية المتصلة
=	المساواة المنطقية
÷	الضروري الوجود
ص	صادق
ك	كاذب
تع	تعريف
N	النفي (في المنطق الثلاثي القيم)
V	القضية المنفصلة (الثلاثي القيم)
C	التضمن (في المنطق الثلاثي القيم)
A	القضية المتصلة (في المنطق الثلاثي القيم)

E´	المساواة (في المنطق الثلاثي القيم)
M	الممكن (في المنطق الثلاثي القيم)
D	المشكوك فيه (في المنطق الثلاثي القيم)
١	صادق (في المنطق الثلاثي القيم)
؟	متوسط الصدق (في المنطق الثلاثي القيم)
٠	كاذب (في المنطق الثلاثي القيم)
م٢	منطق ثنائي القيم
م س	منطق كثير القيم
م س (س = ٣)	منطق ثلاثي القيم
PoM	أختصار اسم الكتاب Principles of Mathematics
PM	أختصار اسم الكتاب Principia Mathematica

(٢) فهرس المراجع المختارة

ays, P. : A System of Axiomatic set theory, in the Journal of Symbolie Logic, 2, 1937; 6, 1941.

, E.W. : Formal Methods, An Introduction to Symbolic logic, 1960

ienski, J.M. : A Precis of Mathematical Logic, 1959.

.ap, R. : Introduction to Symbolic Logic and its Applications, 1959.

ney, J. : Fundamentals of Logis, 1959.

istek, L. : Introduction to Mathematical Logic, 1956.

istek, L. : The Limits of Science, 1948.

turat, L. : La Logique de Leibniz, 1901.

iques, F. : Evolution de la Logique, traduction fr. par Barzin 1930.

h, F.B. : Symbolic Logic, 1952.

seth, F. : Qu'est-ce que la Logique, 1937.

dstein, R.L. : Mathematical Logic, 1957.

enwood, Th. : Les Fondements de la Logique Symbolique 2 vol., 1938.

npel, C.G. : A purely topological form of non-Aristotelian Logic, the Journal of Sym. Log., 2, 1937.

Heyting, A. : Intuitionism, An Introduction, 1956.

Jordan, Z. : The Development of Mathematical Logic and of Logical Positivism in Poland, 1945.

Lewis, C.I. : A Survey of Symbolic Logic, 1918.

Lewis, C.I. and C.H. Langford : Symbolic Logic, 1936.

Mates, B. : Stoic Logic, 1953.

Midditch, P.H. : Development of Mathematical Logic, 1962.

Midditich, P.H. : Propositional Calculus, 1963.

Quine, W.V.O. : A System of Logistic, 1938.

Quine, W.V.O. : Mathematical Logic, 1951.

Quine, W.V.O. : Methods of Logic, 1950.

Raymond, A. : Le Principe du tiers exclu et la critique contemporaine 1935.

Reichenbach, H. : Elements of Mathematical Logic, 1950.

Rosser, J.B. and A.R. Turquette : Many Valued Logics, 1952.

Russell, B. : The Principles of Mathematics, 1903 (= PoM.)

Russell, B. and N. Whitehead : Principia Mathematica, 3 vols. 1911-3 (=PM.)

Scholz, H. : Concise History of Logic, 1931.

Strawson, P.F. : Introduction to Logical Theory, 1967.

Tarski, A. : Introduction to Mathematical Logic, 1937.

Tarski, A. : Introduction to Logic and Methodology of Deductive Sciences, 1941.

Ushenko, A.M. : The Problems of Logic, 1941.

Whitehead, N. (see Russell).

(٣) فهرس المصطلحات الافرنجية

A

Absolutes — مطلقات
Abstract — مجرد
Affirmation — الاثبات
Algebra of logic — جبر المنطق
Apparent variables — متغيرات ظاهرية
Applied logic — المنطق التطبيقي
Applied Mathematics — الرياضيات التطبيقية
Apriori — قبلي ، أولي ، سابق على التجربة
Art — صناعة ، فن
Analyse — تحليل (علم)
Analytic Judgement — حكم تحليلي
Anti-intellectualisme — النزعة اللاعقلية
Antithesis — النظرية المضادة
Association of ideas — تداعي المعاني
Atomic proposition — قضية ذرية (بسيطة)
Atomisme psychologique — الذرية النفسية
Axiom — أصل ، أصل موضوع
Axiomatic — اكسيوماتيـك ، وضع الاصول
Axiomatic theory — النظرية الاكسيوماتيكية في اصول الرياضة والمنطق

B

Becoming — الصيرورة
Being — الوجود
Bivalent logic — المنطق الثنائي القيم

C

Calculus — حساب
Calculus of classes — حساب الفئات
Calculus of Propositional Functions — حساب الـدوال القضائية

Caracteristique universelle — الابجدية العامة
Categories — المقولات
Certainty — اليقين
Circular — دور
Classe — فئة
Combinations — اقترانات
Commutation — تبادل
Constant Proposition — قضية ثابتة
Concept — تصور
Conception — ادراك التصور
Congruence — المطابقة
Conjunction — الوصل ، العطف
Conjunctive Proposition — القضية المتصلة
Content — المحتوى ، المضمون
Coordinates — الاحداثيات

D

Deduction — استنباط
Deductive science — علم استنباطي
Deductive system — نسق استنباطي
Definition — تعريف
Demonstrative science — علم برهاني
Determinism — حتمية
Dialectic — جدل
Didactic — تعليمي
Differentiation — تفاضل
Discontinuous function — دالة منفصلة
Disjuction — فصل
Disjunctive proposition — قضية منفصلة
Distinguished value — قيمة ممتازة
Distribution — التوزيع
Doctrine Arithmétisante — المذهب الحسابي
امدادات مباشرة ، معطيات مباشرة
Données immédiates

E

Emanation — فيض ، صدور
Espace — مكان
Essence — ماهية
Etre — وجود
Exact science — علم مضبوط
Excluded middle — مبدأ الثالث المرفوع
Exclusion — (علاقة) الاستعباد، الرفع
Equality — المساواة
Expansion of equation — بسط المعادلة

F

Fonction Analytique — دالة تحليلية
Formal Implication — تضمن صوري
Formal logic — المنطق الصوري
Formalism — الصورية ، المذهب الصوري
Formes — صور
Formula — صيغة
Function — دالة

G

Geometrical Calculus — حساب هندسي
Geometrical continuity — الاتصال الهندسي

Law of Causality قانون العلية
Law of Duality قانون الثنائية
Law of Distribution قانون التوزيع
Law of Commution قانون التبادل
قانون الثالث المرفوع
Law of Excluded Middle
قانون الهوية أو الذاتية
Law of Identity
Law of Inference قانون الاستنتاج
Law of Non Contradiction قانون عدم التناقض
Law of substitution قانون التعويض
Logical addition الجمع المنطقي
Logical Calculus حساب منطقي
Logical Constants ثوابت المنطق
Logical multiplication الضرب المنطقي
Logical operations عمليات المنطق
Logical positivism الوضعية المنطقية
Logical product الضرب المنطقي
Logical sum الجمع المنطقي
Logicism النزعة المنطقية (لوجسيسم)
Logistic اللوجستيقا (علم)
Logistic theory النظرية اللوجستيقية
Logique Appliquée المنطق التطبيقي
Logique Formelle المنطق الصوري
Loi de la permanence des formes operatoires قانون اطرد العمليات الرياضية

H

Hypothèse فرض
Hypothetical deductive system نسق فرضي استنباطي

I

Image صورة
Imaginary number عدد تخيلي
Implication تضمن ، لزوم
Impressions of sensations انطباعات حسية
(علاقة) الانطواء أو الاشتمال
Inclusion
Incommensurables اعداد صماء
Incompatibility التنافر ، عدم التلاؤم
Inégalité اللامساواة
Indefinables of Mathematics
العناصر غير المعرفة في الرياضة
Induction الاستقراء
Innate فطري
Integration تكامل
Intellectualisme النزعة العقلية
Intuition حدس
Intuitionism المذهب الحدسي

J

Judgement حكم
Jugement de valeur حكم تقويمي
Jugement Normatif حكم معياري

L

Law of association قانون الاشتراك

M

Material Implication	التضمن المادي
Mathematical logic	المنطق الرياضي
Mathematical Paradoxes	نقائض الرياضة
Matrix Method	طريقة الجداول
Metalogic	ما بعد المنطق
Metamathematics	ما بعد الرياضة
Mathesis universalis	الرياضة العامة
Mathematique universelle	الرياضة العامة
Methodology	مناهج العلوم
Minimalkalkul	المنطق المينيمالي
Modalities	موجهات الحكم
Molecular proposition	القضية الجزيئية
Monome	عدد جبري وحيد الحد

N

Necessity	ضرورة ، لزام ، وجود
Necessité Causale	الضرورة العلية
Negation	نفي ، سلب
New Intuitionism	المذهب الحدسي الجديد
Non-Being	اللاوجود ، العدم
Non-metrical geometry	هندسية غير قياسية
Non self	اللاأنا
Nominal Definition	تعريف اسمي
Noumena	الجوهر

O

Organon	الآلة
Otherness	الغيرية

P

Perception	الادراك
Phenomena	الظواهر
Polynome	عدد جبري كثير الحدود
Polyvalent logic	المنطق الكثير القيم
Postulate	مسلمة
Primitive Proposition	قضية ابتدائية أو أولية
Primitive terms	حدود ابتدائية أو أولية
Probability	احتمال
Properties	خصائص
Proposition	قضية
Propositional Calculus	حساب القضايا
Propositional Function	دالة قضائية
Psychological Atomism	الـذرية السيكولوجية
Psychologism	النزعـة السيكولوجية سيكولوجسم
Pure Formalism	الصورية الخالصة
Pure Mathematics	الرياضيات البحتة، الخالصة

Q

Quaternions	الاعداد الرباعية

R

Radical Empiricism	المذهب التجريبي الجذري

Real definition — التعريف الحقيقي

Real variables — المتغيرات الحقيقية

Reality — الواقع

Reasoning — الاستدلال

S

Science de Mœurs — علم العادات (الاخلاق)

Science Normative — علم معياري

Science Positive — علم وضعي

Science théorique — علم نظري

Science universelle — العلم العام أو الكلي

Scholastics — المدرسيون

Semantics — علاقة الرموز بما ترمز اليه

Simples Ideas — افكار بسيطة

Simples Natures — طبائع بسيطة

Space — مكان

Spatial Intuition — حدس مكاني

Strict Implication — التضمن المحدد

Summation — تجميع

Syllogism — قياس منطقي

Symbolic — رمزي

Synthetic apriori judgement — حكم تركيبي قبلي أو أولي

Synthetic Judgment — حكم تركيبي

Synthesis — النظرية المركبة أو المؤلفة

T

Tautology — توتولوجيا أو قانون اللغو

Terms — حدود

Theory of Proof — نظرية البرهان

Theory of Sets — نظرية المجاميع

Theory of Types — نظرية الانماط

Theorems — نظريات أو قضايا تبرهن

Thesis — النظرية

Thing-in-its-self — الشيء في ذاته

Topoligical logik — المنطق التوبولوجي

Transcendental logic — المنطق الترنسندنتالي ، أو الشروط قبليا في المعرفة

Transfinite Number — العدد اللامتناهي (في الكبر)

Transformation — تحويل (في الهندسة)

Truth Function — دالة للحقيقة

Truth Value — قيمة الحقيقة

U

Uniformity of laws of nature — اطراد قوانين الطبيعة

V

Validity Value — قيمة الصحة

Value — قيمة

Variable — متغير

Vienna-cercle — دائرة فينا

(٤) فهرس الأعلام الأوروبية الحديثة

B

Baire	بير
Becker	بيكر
Bergson	بركسون
Bernays	برنيس
Binet	بينيه
Bochenski	بوشنسكي
Borel	بوريل
Bradley	برادلي
Brouwer	براوور

C

Cantor	كانتور
Carnap	كرناب
Cauchy	كوشي
Chiwstek	تشيوستك
Condillac	كوندياك
Cousin	كوزان
Couturat	كوتوراه

D

Dedekind	ديدكند
Descartes	ديكارت

E

Ekart	ايكارك
Enriquès	انريكس

F

Frege	فريجه

G

Goblot	جوبلو
Goethe	جوته
Grassemann	جراسمان
Groce	كروتشه

H

Hamilton	هاملتون (رووان)
Hamelin	هاملان

V

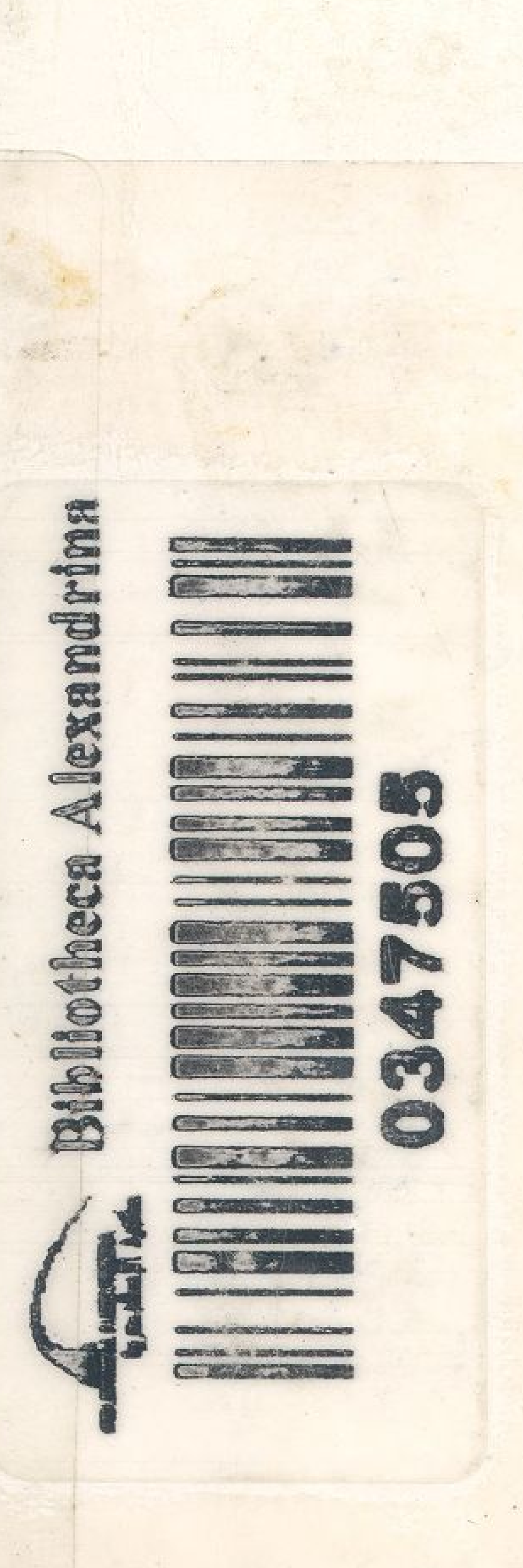
فيلاتي	Vailati
فن	Venn
فيت	Viète

W

ويول	Whewell
هويتهد	Whitehead
فتجنشتين	Wittgenstein
فولف	Wolff

(٥) فهرس فصول الكتاب

الصفحات


Bibliotheca Alexandrina
0347505